

**PB165 Grafy a sítě:
Plánování pro transport, přenosy a komunikace**

Obsah přednášky

1 Transport

- Doba na nastavení
- Doba na dopravu

2 Plánování na počítačové síti

- Úvod k plánování úloh na počítačové síti
- Plánování datových přenosů
- Paralelní úlohy s komunikací

Problém obchodního cestujícího

Problém obchodního cestujícího

- obchodní cestující musí projet všechna města tak, aby
 - celková ujetá vzdálenost (resp. doba cesty) byla minimální a
 - každé město projel právě jednou

Grafová reprezentace

- **(orientovaný) hranově ohodnocený graf**
- vrchol = město
- (orientovaná) hrana z A do B = přímá cesta z A do B
 - hrany mohou být orientované, pokud chceme uvažovat různou náročnost v opačných směrech cesty
- ohodnocení hrany z A do B = doba nutná na cestu z A do B

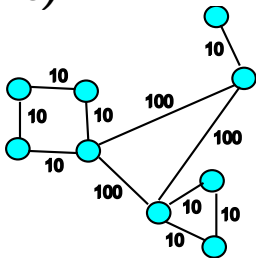
Nastavovací doba a cena (*setup time and cost*)

- **Nastavovací doba** s_{ijk}, s_{jk} : závislá na úlohách
 - udává závislost na posloupnosti provádění úloh
 - s_{ijk} čas nutný pro provádění úlohy k po úloze j na stroji i
 - s_{jk} nastavovací doba nezávislá na stroji
- **Problém obchodního cestujícího** $= 1|s_{jk}|C_{\max}$
 - město reprezentuje úlohu s nulovou dobou provádění
 - s_{jk} : čas na dopravu z města/úlohy k do města/úlohy j
 - příklad: cesta přes města 12341 odpovídá $s_{12} + s_{23} + s_{34} + s_{41}$
- **Klasický příklad: plnění limonád do lahví** $1|s_{jk}|C_{\max}$
 - dána cena za nastavení stroje při změně plnění typu limonády
 - $s_{cola,voda}$ $s_{voda,cola}$ $s_{cola,dzus}$
 - posloupnost plnění: 100 lahví vody, 50 lahví coly, 70 lahví džusu,
- **Nastavovací cena** c_{ijk}, c_{jk}
 - s přechodem lze spojit i cenu, kterou je nutno zaplatit

Doba na dopravu (*transportation time*)

Multi-operační rozvrhování

- úloha se skládá z několika operací
- může/nemusí být určeno pořadí operací
- operace má zadáno
 - dobu provádění, konkrétní stroj k provádění
- stroj: na každém stroji maximálně jedna operace
- **doba na dopravu t_{hl} mezi stroji h a l : závislá na strojích**
 - kapacita cest mezi stroji neomezená
 - délka cesty mezi stroji = součet odpovídajících dob na dopravu
- cíl: realizovat všechny operace všech úloh
 - při minimalizaci času dokončení všech úloh



Grafová reprezentace

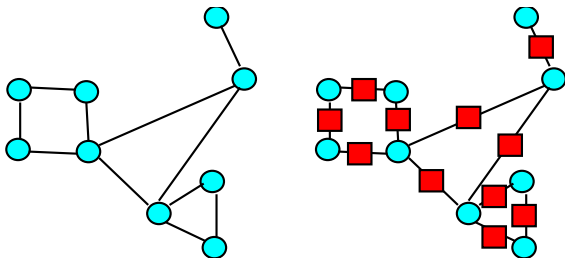
- **orientovaný hranově ohodnocený graf**
- vrchol: stroj
- hrana: pokud lze přejít přímo z jednoho stroje na druhý
- ohodnocení hrany: doba na dopravu z jednoho stroje na druhý

Úvod k plánování úloh na počítačové síti

- Stroj: dán počet procesorů
- Úlohy prováděny na jednom nebo více uzlech počítačové sítě
 - vyžadují několik procesorů
- Úlohy potřebují k výpočtu **data**
 - data dané velikosti na jednom nebo více uzlech
 - data je nutné přenést na uzel, kde se úloha bude počítat
 - realita: data jsou často zreplikována na několika uzlech
- Linka:
 - **kapacita linky**: velikost přenesených dat za časovou jednotku
 - např. 100Mb/s, 1Gb/s, 10Gb/s
 - **latence**: doba nutná na přenos dat po lince
- Cíl: **realizovat všechny úlohy tak, jak dynamicky přibývají**
 - úlohy musí mít dostatek procesorů
 - data musí ležet v době výpočtu na uzlu, kde se počítá úloha
 - je nutné plánovat i přenosy dat tak, aby bylo možné data přenést vzhledem k latenci i kapacitě linek na cestě

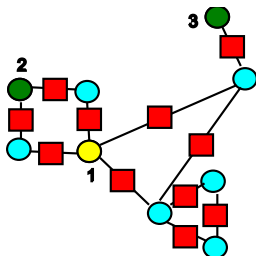
Počítačová síť: grafová reprezentace

- Vrcholově ohodnocený neorientovaný graf
- Vrchol: stroj nebo linka
- Ohodnocení vrcholu-stroje: počet procesorů
- Ohodnocení vrcholu-linky: kapacita linky
 - linka je chápána jako zdroj, který má zadánu kapacitu
 - doba zpracování úlohy na lince (tj. přenosu dat pro úlohu na lince) odpovídá latenci
- Hrany: pokud jsou stroje A a B přímo spojeny linkou C, pak existují hrany AC a BC

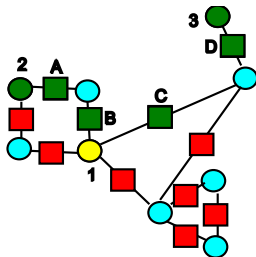


Plánování úlohy na počítačové síti: příklad

- Úloha naplánována k provádění na uzlu 1
- Data na uzlech 2 a 3



- Data jsou přenesena přes D,C a A,B
- Kapacita linek A,B,C,D musí být v daném čase postačující
- Celková doba přenostu do 1: $\max(\text{latenceA} + \text{latenceB}, \text{latenceD} + \text{latenceC})$



Otázky:

- Je možné takovouto úlohu naplánovat za probíhajícího provozu na síti?
- Je možné ji naplánovat při modifikaci cest pro přenosy?
- Obecně: jak naplánovat úlohu(y) za daného provozu na síť?

směrování

Plánování datových přenosů

Problém:

- plánování datových přenosů, kde se **velikost přenášených dat blíží kapacitám používaných linek**

Varianty:

- **plánování přenosů v čase**
 - je třeba uvažovat **plánování zdrojů v čase**
- **plánování současně probíhajících přenosů**
 - není uvažován čas, vše se **plánuje pro aktuální okamžik**
 - není tedy ani uvažováno plánování úloh v čase na uzly
 - pro tento případ uvedeme základní model

Příklady aplikací plánování přenosů

Plánování datových přenosů pro speciální zařízení a přístroje

- umožňuje plánovat přenosy dopředu na danou dobu, kdy budou linky dostupné (bulk přenosy dat)
- např. RHIC (relativistic heavy ion collider, USA)

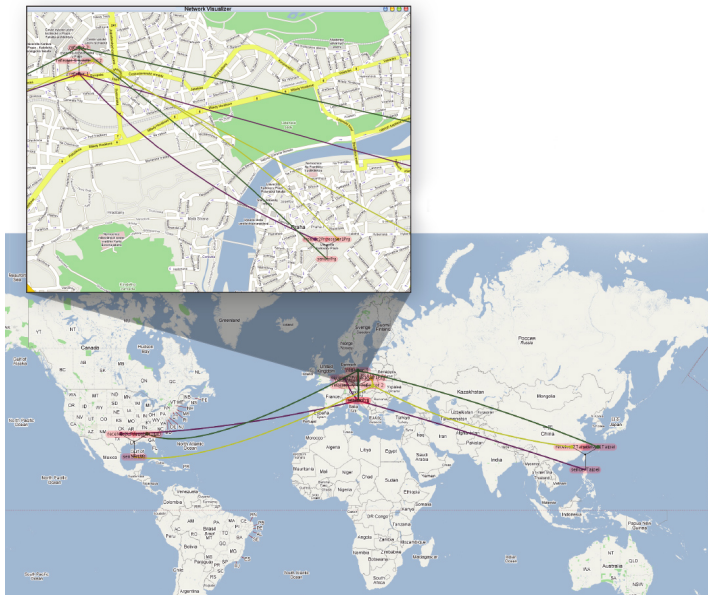
Umístění aplikací na servery

- aplikace je nutno naplánovat na serverech, plánování v daném okamžiku
- ceny: za přenos aplikací na servery, za běh aplikace na daném serveru
- např. aplikace pro italskou mezibankovní síť

Plánování přenosů HD videa v rámci kolaborativního prostředí

- nutná reakce na okamžitý stav počítačové sítě a naplánování na síť za daných aktuálních podmínek
- např. medicínské aplikace, filmový průmysl, výuka pomocí videa (vzdálená výuka, přístup např. k operačním sálům na medicíně, záznam a zpracování přednášek)
- systém CoUniverse vyvíjený na FI MU
 - <https://www.sitola.cz/CoUniverse>

Naplánované spojení pomocí CoUniverse



Grafová reprezentace: uzel

Na uzlu $v \in V$ se mohou nacházet různé aplikace

- **producent** $p \in P$ produkuje data
- **konzument** $c \in C$ přijímá data
- **distributor** $d \in D$ je schopen rozesílat přijímaná data do několika linek

distributor jako náročná aplikace nejvýše jeden na uzlu

možné varianty distributora:

- ① distributor může data transformovat (transkódovat) přenášená data
 - např. z nekomprimovaného HDTV videa na HDV MPEG2 video
- ② data jsou stejného typu, tj. distributor je reflektorem (uvažováno dále)

Uzel má několik rozhraní (interfaces), po kterých posílá a přijímá data

- množina všech **rozhraní** I
- kapacita rozhraní $capacity_I(i)$ pro $i \in I$
- linky připojené k rozhraní $links(i)$ pro $i \in I$

Grafová reprezentace (dokončení)

Linka $l \in L$ má určen

- počáteční uzel $begin(l)$
- koncový uzel $end(l)$
- latenci $latency(l)$
- kapacitu $capacity(l)$

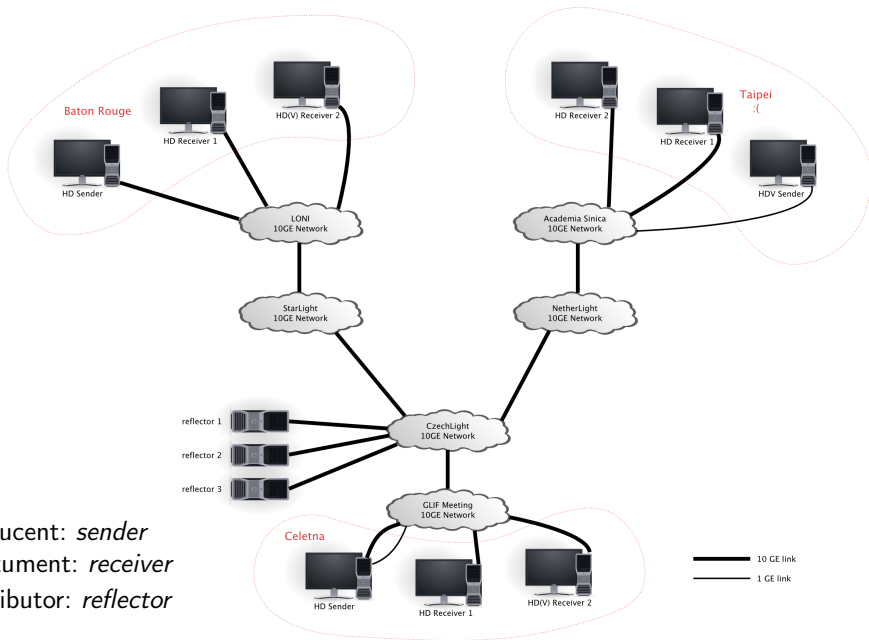
Linky reprezentují logickou strukturu sítě

- reálná struktura sítě často neznámá
- zahlcení linky detekováno monitorováním stavu sítě
- v případě nutnosti možné přepínání
 - nutné realizovat v reálném čase
tj. vyžaduje rychlou odezvu

Orientovaný graf (V, L)

- vrcholy: množina uzlů $v \in V$
- hrany: množina orientovaných linek $l \in L$
- tento graf reprezentuje základní strukturu, se kterou pracujeme

Ukázka sítě při plánování datových přenosů



Stream

Stream $s \in S$ je datový tok od producenta ke konzumentům

- $bandwidth(s)$ udává požadovanou **šířku pásma** datového toku streamu
- příjem dat streamu s je požadován množinou zadaných konzumentů $consumers(s) \subseteq C$
- data streamu s vysílá právě jeden producent $p = producer(s) \in P$
 - *obecně* může existovat více producentů a cílem plánování je pak vybrat producenty zajišťující maximální kvalitu danou typem přenášených dat
 - např. nekomprimované HDTV video, HDV MPEG2 video, HDV MPEG4 video
 - pro *zjednodušení* můžeme předpokládat, že každý stream má předem jednoznačně určeného producenta
 - vhodného producenta lze vypočítat předem

Předpokládáme tedy: **pro každý stream přesně určen jeden producent**

Problém plánování datových přenosů

Problém plánování několika streamu

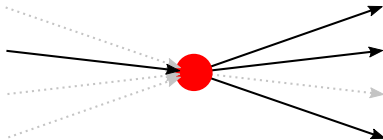
- naplánovat všechny streamy z S na dostupné linky tak, aby byla optimalizována zadaná kritéria, např.
 - minimalizace celkové latence
 - při uvažování kvality spojení: maximalizace kvality přenášených dat
- všechny přenosy probíhají zároveň

Konstrukce distribučního stromu pro každého producenta/stream s

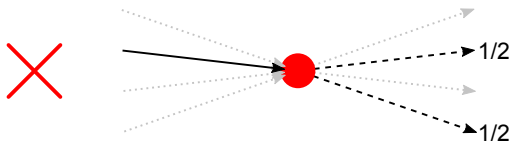
- distribuční strom jako podgraf grafu (V, L)
- kořen stromu: uzel s producentem $producer(s)$
- listy stromu: uzly s konzumenty $consumers(s)$
- vnitřní uzly stromu: uzly s distributory

Distribuce dat

Distributor vytváří kopie dat



Všechny pakety jdou k jednomu konzumentovi po jedné cestě



Modely pro plánování datových přenosů

Modely

- model založený na linkách
- model založený na cestách
- model založený na uzlech

Model založený na linkách (*link-based model*)

- pro každý požadavek (stream) s : proměnná pro každý link l
- **Proměnná** $x_{s,l}$ pro každý stream s a každou linku l

$$x_{s,l} = \begin{cases} 1 & \text{jestliže } s \text{ prochází po } l \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

- **Cíl:** nalézt hodnoty proměnných $x_{s,l}$ optimální vzhledem k zadanému optimalizačnímu kritériu
- pro tento model si ukážeme vyjádření typických požadavků problému

Další modely pro plánování na přenosů

Model založený na cestách (*path-based model*)

- pro každý požadavek s : proměnná pro každou možnou cestu p mezi zdrojem (producent) a cílem (konzument)

$$x_{s,p} = \begin{cases} 1 & \text{jestliže jde požadavek } s \text{ po cestě } p \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

- náročné pokud je hodně možných cest

Model založený na uzlech (*node-based model*)

- pro každý požadavek s : proměnná pro každý uzel v

$$x_{s,v} = \begin{cases} 1 & \text{jestliže je uzel } v \text{ použit pro požadavek } s \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Vztahy pro konzistentní a optimální plánování

Konzistentní plánování

- kapacita linek a rozhraní
- posílání a přijímání dat
- vlastnosti konzumenta a producenta
- vlastnosti distributora
- eliminace cyklů

Optimální plánování

- optimalizační kritéria

Optimalizační kritéria

Celková latence musí být minimalizována

$$\text{minimize } \sum_{s \in S} \sum_{l \in L} \textit{latency}(l) \cdot x_{s,l}$$

Další kritéria:

- **maximalizace kvality přenosu**
 - při zajišťování linek s maximální kapacitou pro přenášená data
- **balancování latencí všech linek**
 - při video-konferencích k zajištění bezproblémového přerušení a vstupu do probíhající video-konference

Kapacita linky a rozhraní

Kapacita linky

- Požadovaná šířka pásma pro všechny streamy nesmí překročit kapacitu žádného linku

$$\forall l \in L \quad \sum_{s \in S} \text{bandwidth}(s) \cdot x_{s,l} \leq \text{capacity}(l)$$

Kapacita rozhraní

- Streamy přenášené jedním rozhraním nesmí překročit jeho kapacitu

$$\forall i \in I \quad \sum_{s \in S} \sum_{l \in \text{links}(i)} \text{bandwidth}(s) \cdot x_{s,l} \leq \text{capacity}(i)$$

(NE)posílání a (NE)přijímání dat

Kdo může posílat data?

- Pokud není na počátečním uzlu linky l
ani producent streamu s ani distributor \Rightarrow

$$x_{s,l} = 0$$

Kdo může přijímat data?

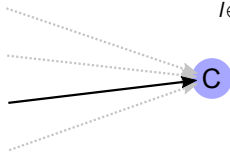
- Pokud není na koncovém uzlu linky l
ani konzument streamu s ani distributor \Rightarrow

$$x_{s,l} = 0$$

Vlastnosti konzumenta a producenta

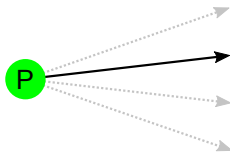
Konzument c přijímá data právě jednou linkou

$$\forall s \in S \forall c \in \text{consumers}(s) \quad \sum_{l \in L \wedge c \in \text{end}(l)} x_{s,l} = 1$$



Producent posílá data právě jednou linkou

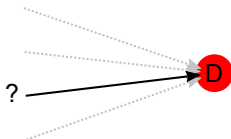
$$\forall s \in S \quad \sum_{l \in L \wedge \text{producer}(s) \in \text{begin}(l)} x_{s,l} = 1$$



Vlastnosti distributora

Distributor přijímá data nejvýše jednou

$$\forall d \in D \quad \sum_{s \in S} \sum_{l \in \text{inlinks}(d)} x_{s,l} \leq 1$$



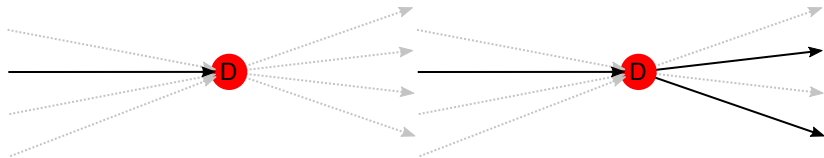
- *inlinks*(*d*) linky, které vstupují do uzlu distributora
- *outlinks*(*d*) linky, které vystupují z uzlu distributora

Vlastnosti distributora

Distributor přeposílá příchozí stream

- aktivní distributor pro stream s

$$\forall d \in D \quad \sum_{l \in \text{inlinks}(d)} x_{s,l} \leq \sum_{l \in \text{outlinks}(d)} x_{s,l}$$

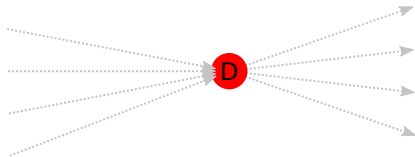


Vlastnosti distributora

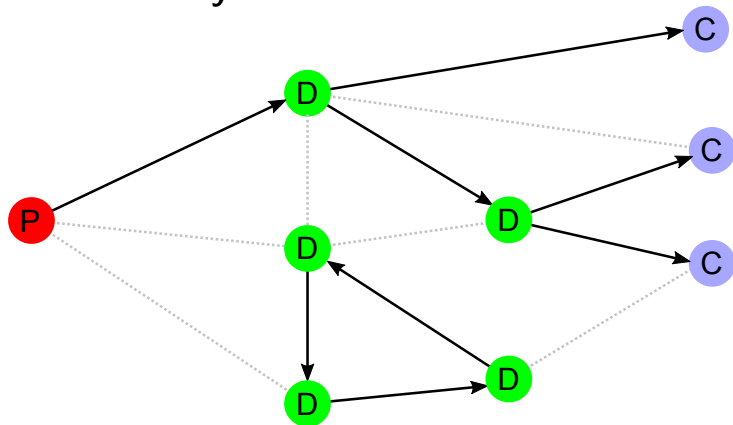
Na distributorovi nevznikají žádná data

- neaktivní distributor pro stream s

$$\forall d \in D \quad \sum_{l \in \text{inlinks}(d)} x_{s,l} = 0 \Leftrightarrow \sum_{l \in \text{outlinks}(d)} x_{s,l} = 0$$



Eliminace cyklů

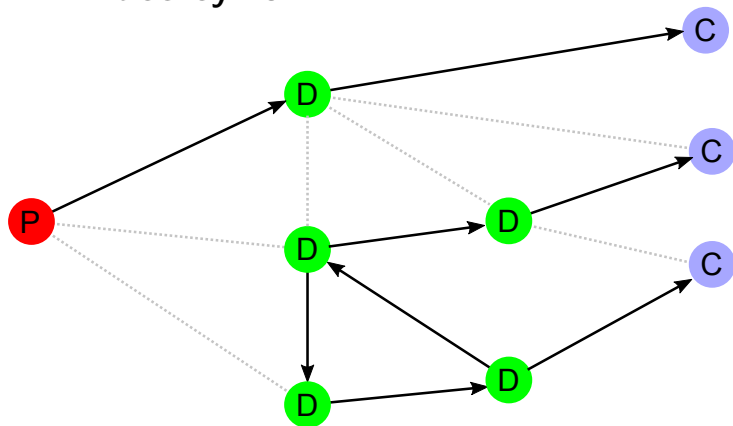


- Všechny cykly mezi distributory je nutné zakázat

Řešení:

- Nejvýše $k - 1$ používaných linek mezi každou k -ticí uzlů pro každý stream
 - ve stromu s k uzly je $k - 1$ hran, přidáním další hrany vznikne cyklus

Eliminace cyklů



- Všechny cykly mezi distributory je nutné zakázat

Řešení:

- Nejvýše $k - 1$ používaných linek mezi každou k -ticí uzlů pro každý stream
 - ve stromu s k uzly je $k - 1$ hran, přidáním další hrany vznikne cyklus

Metody řešení

- Uvedený model popisuje základní množinu požadavků pro řešení problémů plánování datových přenosů
- Při řešení konkrétního problému nutné přidat specifická omezení a také redundantní omezení pro úspěšné/efektivní řešení problému
- Daný model (a jeho rozšíření na konkrétní aplikaci) lze řešit pomocí
 - grafových algoritmů (toky v síti, hledání cest v grafu)
 - programování s omezujícími podmínkami
 - např. CoUniverse využívá pro plánování Java řešič Choco pro omezující podmínky
 - celočíselné programování
 - nově vyvíjený plánovač pro CoUniverse
 - meta-heuristiky (lokální prohledávání)

Datové přenosy: příklad

Pro zadanou počítačovou síť uveďte seznam proměnných. Navrhněte, jak by mohl být datový přednos realizován a uveďte odpovídající hodnoty proměnných reprezentující řešení optimalizující celkovou latenci. Jaká je celková latence?

Ohodnocení linku l

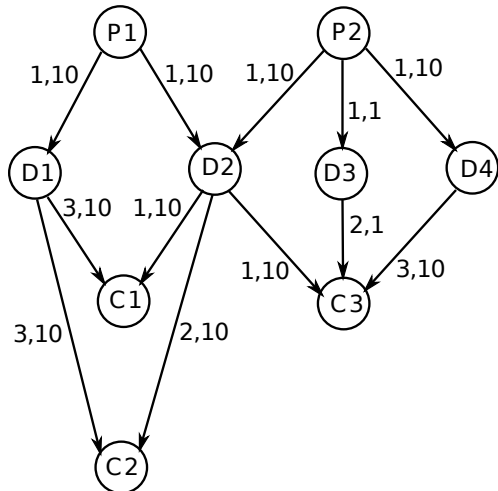
- $latency(l)$, $capacity(l)$

Stream s_1

- $bandwidth(s_1) = 5$
- $producer(s_1) = P_1$
- $consumers(s_1) = \{C_1, C_2\}$

Stream s_2

- $bandwidth(s_2) = 5$
- $producer(s_2) = P_2$
- $consumers(s_2) = \{C_3\}$

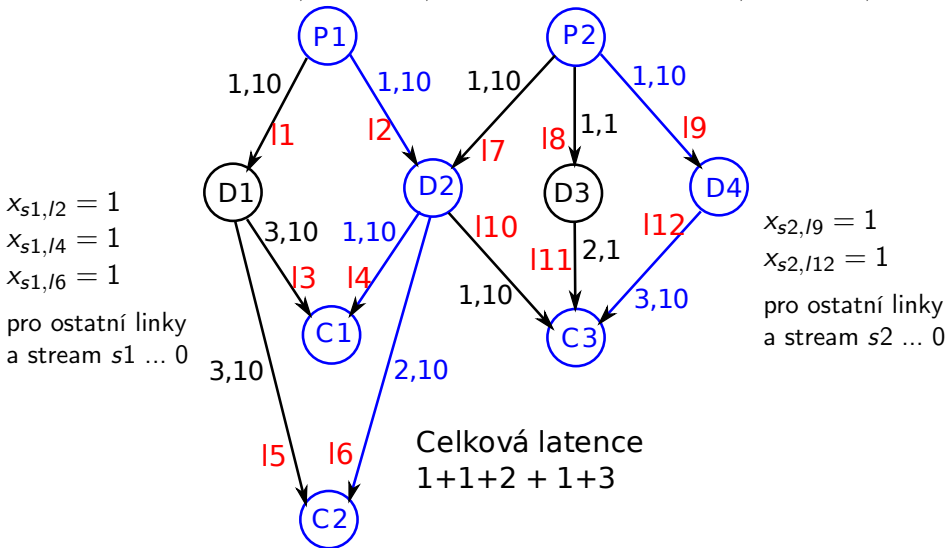


Datové přednosy: výsledný graf

Proměnné:

• pro stream $s1$: $x_{s1,/1}, \dots, x_{s1,/12}$

pro stream $s2$: $x_{s2,/1}, \dots, x_{s2,/12}$

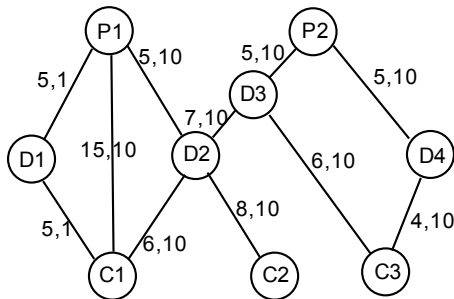


Datové přenosy: cvičení

Pro graf počítačové sítě na obrázku uvažujte datové přenosy pro stream s_1 a s_2 , které jsou zadány následujícím způsobem

- stream s_1 : $\text{bandwith}(s_1)=10$, $\text{producer}(s_1)=P1$, $\text{consumer}(s_1)=\{C1\}$;
- stream s_2 : $\text{bandwith}(s_2)=10$, $\text{producer}(s_2)=P2$, $\text{consumer}(s_2)=\{C2,C3\}$.

Ohodnocení hran grafu přitom udává jejich latenci a kapacitu.

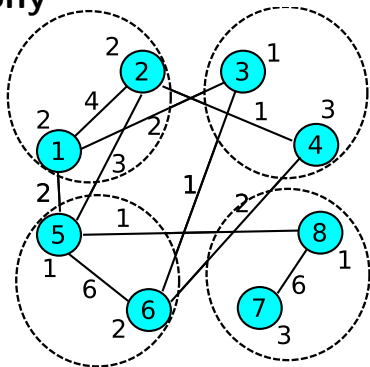


Uveďte, jaké proměnné jsou nutné při řešení tohoto *problému datových přenosů* a navrhnete jejich vhodné hodnoty tak, aby odpovídající řešení optimalizovalo celkovou latenci. Jaká je pak celková latence?

Paralelní komunikující úlohy

Paralelní aplikace

- n komunikujících úloh
- m procesorů
- několik úloh prováděno **zároveň** na každém procesoru
- tj. opět plánování pro daný časový okamžik
- kromě přenosů explicitně uvažována zátěž na uzlech



Grafová reprezentace

- **hranově a vrcholově ohodnocený neorientovaný graf**
- ohodnocené vrcholy: úlohy s danou výpočetní náročností
- ohodnocené hrany: **průběžně** komunikující úlohy s komunikační náročností

Vyvažování zátěže (load balancing): přiřazení úloh na procesory tak, aby

- byla vyvážená zátěž jednotlivých procesorů
- byla minimalizována komunikace úloh na různých procesorech

Rozdělení grafu

Formulace problému vyvažování zátěže jako
problému rozdělení grafu (*graph partitioning*)

Rozdělení grafu $G = (V, E)$ na $V = V_1 \cup \dots \cup V_m$ tak, že je

- $V_1 \cap \dots \cap V_m = \emptyset$
- $G_1 = (V_1, E_1), \dots, G_m = (V_m, E_m)$
- E_i tvořeno hranami, jejichž oba vrcholy patří do V_i
- součet ohodnocení vrcholů v jednotlivých V_i „zhruba stejný“
- součet ohodnocení hran $E \setminus \{E_1 \cup \dots \cup E_m\}$ spojujících různé V_j a V_k minimalizován

Rozdělení grafu a bisekce grafu

Speciální případ: $V = V_1 \cup V_2$ **bisekce grafu (graph bisection)**, tj. z grafu $G = (V, E)$ vytvoříme dva podgrafy (V_1, E_1) (V_2, E_2) tak, že

- $V = V_1 \cup V_2, V_1 \cap V_2 = \emptyset$
- E_i tvořeno hranami, jejichž oba vrcholy patří do V_i , tj.
 $E_1, E_2 \subset E, E_1 \cap E_2 = \emptyset, E_i$
- součet ohodnocení vrcholů ve V_1 a V_2 je „zhruba stejný“
- součet ohodnocení hran $E \setminus \{E_1 \cup E_2\}$ spojující vrcholy z V_1 a V_2 je minimalizován

Jak nalézt vhodné rozdělení grafu?

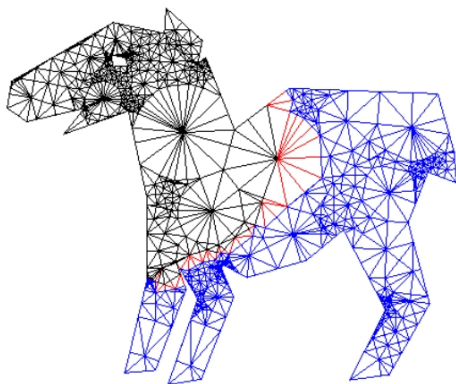
- problém optimálního rozdělení je NP-úplný
 - už pro bisekci: prohledání všech podmnožin množiny vrcholů (podmnožina a její doplněk tvoří V_1 a V_2)
- nutné použít dobré heuristiky

Heuristika: opakovaná bisekce grafu

Základní používaný princip při rozdělení grafu:

rozdělení množiny vrcholů V na 2^k částí:

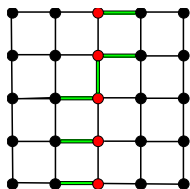
rekurzivní bisekce grafu k -krát



58 dělicích hran

Dělicí hrany (edge separator) vs. dělicí vrcholy (vertex separator)

- **Dělicí hrany:** $E_S \subseteq E$ dělí G po odstranění E_S z E na dvě stejně velké nesouvisející komponenty V : V_1 a V_2
- **Dělicí vrcholy:** $V_S \subseteq V$ dělí G po odstranění V_S a všech jejich hran na dvě stejně velké nesouvisející komponenty V : V_1 a V_2



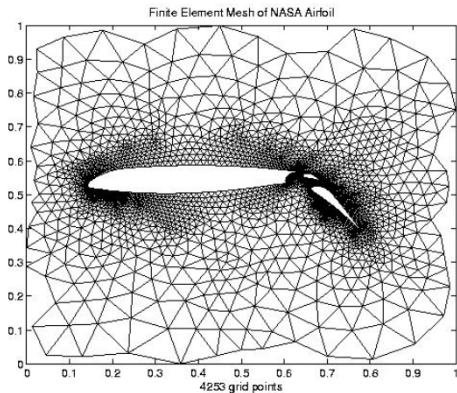
$E_S =$ zelené hrany

$V_S =$ červené vrcholy

Rozdělení se souřadnicemi vrcholů (partitioning with nodal coordinates)

Myšlenka rozdělení pomocí souřadnic vrcholů

- každý vrchol má souřadnice v prostoru → **rozdělení prostoru**



- pomocí dělicí přímky, která dělí vrcholy v prostoru na poloviny

Opakovaná bisekce grafu s dělicí přímkou: příklad

