

Algoritmická analýza systémů s celočíselnými registry

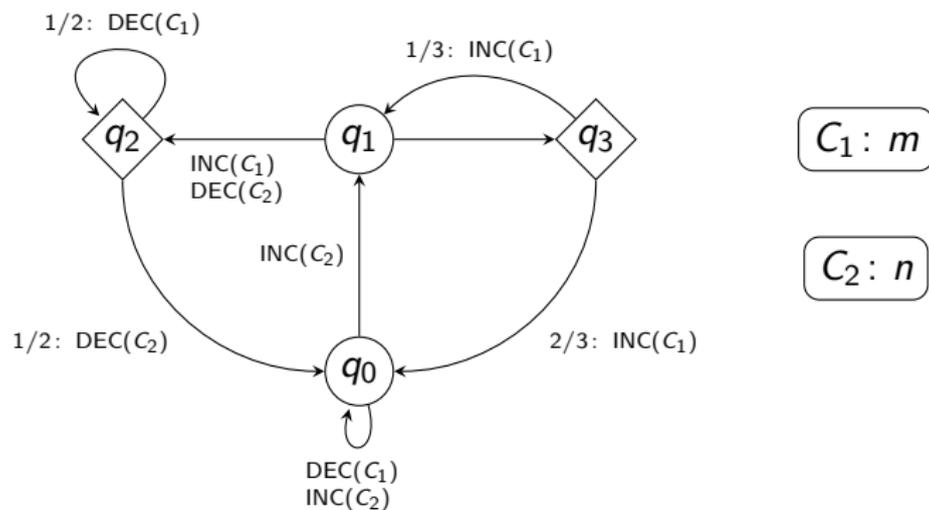
Petr Novotný

Fakulta informatiky
Masarykova Univerzita
Brno

24. října 2011

- 1 Model stroje s čítači
- 2 Příklady modelovaných systémů
 - aneb fronty a roboti.
 - Jaké otázky chceme algoritmicky řešit?
- 3 Přehled výsledků (dřívějších i nových)
- 4 Směry budoucího vývoje
 - aneb palivo (bohužel) neroste na stromech.

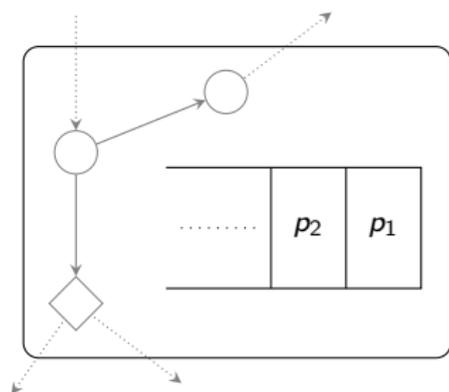
Stroje s čítači



- Q_0 stochastické stavy (\diamond), Q_1 kontrolovateľné stavy (\circ).
- Kontroler: $\sigma: ((Q_0 \cup Q_1)^* Q_1) \times \mathbb{N}^k \rightarrow \mathcal{D}(Q)$

Cíl: formálně vyjádřená vlastnost, kterou by měl systém ovládaný kontrolerem splňovat. Otázky:

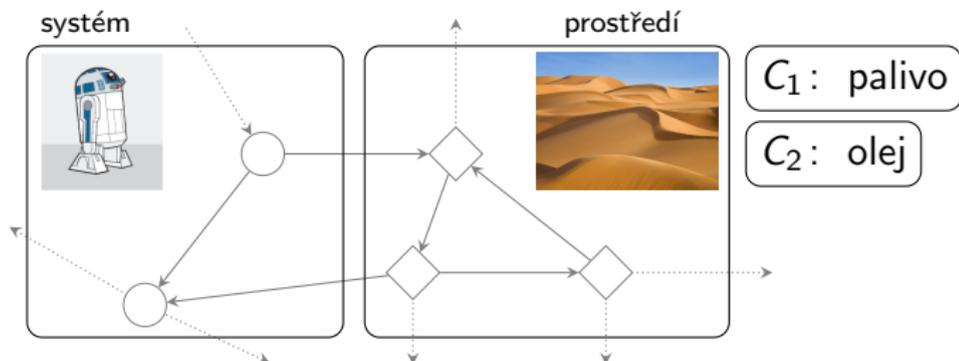
- Existuje kontroler, který zajistí splnění cíle?
- Jak moc musí být takový kontroler složitý?
- Lze algoritmicky:
 - Rozhodnout o existenci takového kontroleru?
 - Zkonstruovat tento kontroler?



C_1 : položky ve frontě

Cílem je

- Vynulovat čítač (*terminovat*) s co největší pravděpodobností (ideálně 1).
- Učinit tak co nejrychleji.



Cílem je

- Ovládat systém tak, aby se nikdy nevyčerpal žádný zdroj.
- Učinit tak s co možná nejmenšími „nádržemi“.

Pouze případ s jedním čítačem. Existují polynomiální algoritmy, které:

- rozhodují, zda je možné v daném systému terminovat s pravděpodobností 1 (+ konstrukce bezčítačového bezpaměťového deterministického kontroleru);
 - T. Brázdil, V. Brožek, K. Etessami, A. Kučera, D. Wojtczak: One-counter Markov Decision Processes. SODA 2010.
- pro zadaný kontroler aproximují průměrný čas na vynulování čítače (s libovolnou přesností).
 - T. Brázdil, S. Kiefer, A. Kučera: Efficient Analysis of Probabilistic Programs with an Unbounded Counter. CAV 2011.

Verifikace \rightarrow syntéza.

- EXPTIME algoritmus pro aproximaci minimálního průměrného času. (+ konstrukce konečně paměťové deterministické strategie).
- NP i coNP těžkost.
- Na rozumných instancích má algoritmus lepší složitost.

Pouze nestochastický případ.

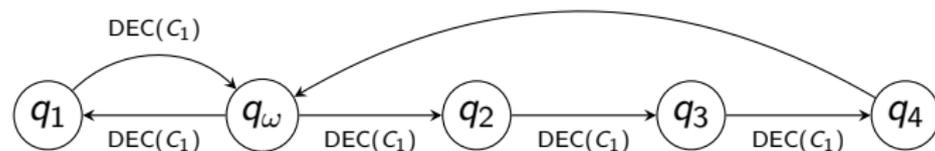
Existence a syntéza „bezpečného“ kontroleru:

- Obecně EXPSACE těžké.
- Pro k čítačů ($k - 1$)-EXPTIME algoritmus.
- Pro 1 čítač polynomiální algoritmus.
 - T. Brázdil, P. Jančar: Reachability Games on Extended Vector Addition Systems with States. ICALP 2010.
- Pro 2 čítače polynomiální algoritmus.
 - J. Chaloupka: Z-reachability Problem for Games on 2-dimensional Vector Addition Systems with States is in P. In *Reachability Problems*.

Výpočet potřebné velikosti čítače:

- Pro jeden čítač polynomiální algoritmus ověřující, že zadaná kapacita čítače stačí.
 - P. Bouyer, U. Fahrenberg, K. G. Larsen, N. Markey, J. Srba: Infinite runs in weighted timed automata with energy constraints. FORMATS 2008.

Nový pohled - energie není zadarmo



palivo: 1\$/l

C_1 : palivo

- Primární cíl: bezpečná kontrola (nevyčerpá se palivo).
- Sekundární cíle: minimální nutná velikost nádrže a minimální průměrná cena za 1 krok.

Sekundární cíle jdou proti sobě \Rightarrow Paretovská optimalizace.

- 1 Model stroje s čítači je přirozený a mnohostranně využitelný (fronty, energie).
- 2 Dají se pomocí něj hledat odpovědi na přirozené otázky:
 - čas výpočtu - terminování,
 - bezpečná kontrola systémů závislých na vlastní zásobě energie,
 - otázky systémového návrhu - optimální kapacita zásob,
 - ekonomická optimalizace provozu.
- 3 Mnohé z těchto otázek lze řešit efektivními algoritmy. Má tedy smysl další takové algoritmy hledat.
- 4 Rozšíření o ekonomický pohled.