

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Mějme následující jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$.

$$L_1 = (\{a\} \cdot \{b\}^*) \cdot \emptyset^3$$

$$L_2 = (\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \emptyset^*$$

$$L_3 = (\{a\}^* \setminus \{b\}) \cap \emptyset^0$$

Seřaďte zadané jazyky podle počtu slov. Svou odpověď zdůvodněte.

Řešení: Z definice mocniny platí: $\emptyset^0 = \{\varepsilon\}$, $\emptyset^n = \emptyset$ pro libovolné $n > 0$, a tudíž $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$. Jazyky ze zadání je tedy možno upravit následovně:

$$L_1 = (\{a\} \cdot \{b\}^*) \cdot \emptyset^3 = (\{a\} \cdot \{b\}^*) \cdot \emptyset = \emptyset \quad (\text{zřetězení lib. jazyka s } \emptyset \text{ je } \emptyset)$$

$$L_2 = (\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \emptyset^* = \{a, b\}^* \cdot \{\varepsilon\} = \{a, b\}^* \quad (\text{zřetězení lib. jazyka s } \{\varepsilon\} \text{ je tentýž jazyk})$$

$$L_3 = (\{a\}^* \setminus \{b\}) \cap \emptyset^0 = \{a\}^* \cap \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}$$

Vidíme, že jazyk L_1 je prázdný, neobsahuje tedy žádné slovo, jazyk L_2 obsahuje nekonečně mnoho slov a jazyk L_3 obsahuje jedno slovo, slovo ε . Pořadí podle počtu slov je tedy následující: L_1, L_3, L_2 .

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Necht' L je jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ tvořený právě všemi slovy délky alespoň 5, která mají lichý počet písmen a . Zapište jazyk L pomocí jednoprvkových jazyků $\{a\}$ a $\{b\}$ s využitím operací sjednocení (\cup), průniku (\cap), rozdílu (\setminus), doplňku (co-), zřetězení (\cdot), mocniny ($^2, ^3, \dots$) a iterace (*).

Řešení je možno napsat například takto:

$$L = (\{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot (\{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*)^*) \cap ((\{a\} \cup \{b\})^5 \cdot (\{a\} \cup \{b\})^*)$$

Vysvětlení: první část $(\{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot (\{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*)^*)$ je jazyk všech slov nad zadanou abecedou, která mají lichý počet písmen a . Druhá část $((\{a\} \cup \{b\})^5 \cdot (\{a\} \cup \{b\})^*)$ pak je jazyk všech slov délky alespoň 5. Jejich průnikem pak dostaneme zadaný jazyk L .