

**1. [2 body]** Navrhněte algoritmus, který pro zadanou regulární gramatiku rozhodne, zda tato gramatika generuje alespoň jedno slovo neobsahující symbol  $a$ .

**Bonus [2 body]** Navrhněte algoritmus, který pro zadanou regulární gramatiku rozhodne, zda tato gramatika generuje alespoň dvě slova neobsahující symbol  $a$ .

**Řešení** mohlo vypadat například takto:

1. Odstraníme z gramatiky všechna pravidla obsahující na pravé straně terminál  $a$ , tedy všechna pravidla tvaru  $A \rightarrow aB$  nebo  $A \rightarrow a$  pro všechny neterminály  $A, B$ .
2. Pro tímto vzniklou novou gramatiku zkonstruujeme ekvivalentní konečný automat. Použijeme konstrukci v důkazu lemmatu 2.69 ze skript.
3. Spočítáme si množinu všech dosažitelných stavů automatu. Obsahuje-li tato množina koncový stav, odpověď je ANO; v opačném případě je odpověď NE.

**Bonus:** Řešení mohlo vypadat například takto:

1. Odstraníme z gramatiky všechna pravidla obsahující na pravé straně terminál  $a$ , tedy všechna pravidla tvaru  $A \rightarrow aB$  nebo  $A \rightarrow a$  pro všechny neterminály  $A, B$ .
2. Pro tímto vzniklou novou gramatiku zkonstruujeme ekvivalentní konečný automat. Použijeme konstrukci v důkazu lemmatu 2.69 ze skript. Označme si tento automat  $M$ .
3. Spočítáme si množinu všech dosažitelných stavů automatu. Obsahuje-li tato množina koncový stav, pokračujeme bodem 4; v opačném případě je odpověď NE a algoritmus končí.
4. Nalezneme nějaké slovo akceptované zkonstruovaným automatem. To provedeme například tak, že pomocí prohledávání do šířky nalezneme cestu z počátečního stavu do stavu koncového (že taková cesta existuje, jsme si zaručili v předchozím bodě). Označme si toto slovo  $w$ .
5. Sestrojíme automat  $M_w$  akceptující jazyk  $\Sigma^* - \{w\}$ , kde  $\Sigma$  je množina terminálů původní gramatiky.
6. Pomocí techniky synchronního paralelního spojení sestrojíme automat  $M'$  akceptující jazyk  $L(M) \cap L(M_w)$ .
7. Spočítáme si množinu všech dosažitelných stavů automatu  $M'$ . Obsahuje-li tato množina koncový stav, odpověď je ANO; v opačném případě je odpověď NE.