# IB102 – úkol 4 **Odevzdání: 24. 10. 2011**

Vypracoval(a): UČO:
Skupina:

**1. [2 body]**

a) Uvažme abecedu $\Sigma = \{a\}$ a relaci $R_a$ nad $\Sigma^*$ definovanou takto:

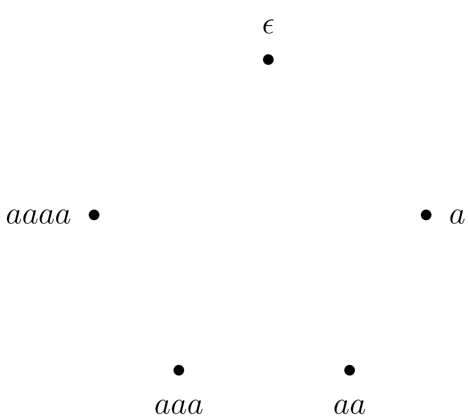
$$u\, R_a\, v \iff |u| \bmod 3 = 0 \wedge |v| \bmod 3 = 0.$$

- Rozhodněte, která slova z množiny $\{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa\}$ jsou spolu v relaci a která nikoliv a výsledek znázorněte do obrázku níže, tj. spojte šipkou vedoucí z $u$ do $v$ všechna $u$ a $v$ taková, že $u\, R_a\, v$. Pokud $u\, R_a\, v$ i $v\, R_a\, u$, můžete použít "dvojšipku"– jednu čáru se šipkami na obou koncích. Nezapomeňte udělat šipku z $u$ do $u$ v případě, že $u\, R_a\, u$.
- Je $R_a$ ekvivalence? Zdůvodněte.
- Je $R_a$ pravá kongruence? Zdůvodněte.

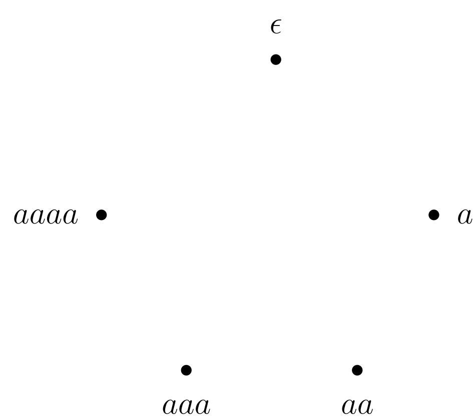
b) Proveďte totéž pro relaci $R_b$ nad $\Sigma^*$ definovanou takto:

$$u\, R_b\, v \iff (|u| \bmod 3 = 0 \iff |v| \bmod 3 = 0).$$

a)




b)

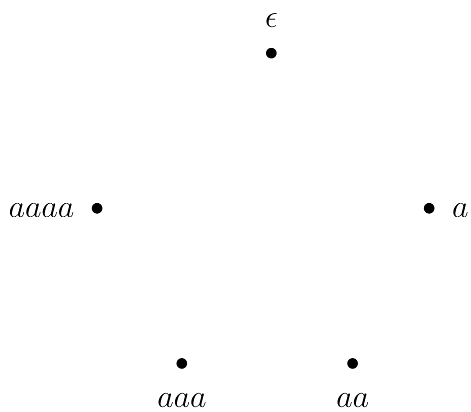



**Bonus: [+1 bod]**

c) Proveďte totéž pro relaci $R_c$ nad $\Sigma^*$ definovanou takto:

$$u\, R_c\, v \iff (|u| \bmod 3 = 0 \Rightarrow |v| \bmod 3 = 0).$$

c)



**IB102 – úkol 4** **Odevzdání: 24. 10. 2011**

Vypracoval(a): UČO:
Skupina:

**2.** [**2 body**] Rozhodněte a zdůvodněte, zda platí:

- Existuje regulární jazyk $L \subseteq \{a,b\}^*$ a pravá kongruence $\sim$ na $\{a,b\}^*$ taková, že $L$ je sjednocením některých tříd rozkladu $\{a,b\}^*$ podle $\sim$ a **index** $\sim$ **je dvojnásobkem indexu** $\sim_L$.
- Existuje regulární jazyk $L \subseteq \{a,b\}^*$ a pravá kongruence $\sim$ na $\{a,b\}^*$ taková, že $L$ je sjednocením některých tříd rozkladu $\{a,b\}^*$ podle $\sim$ a **index** $\sim_L$ **je dvojnásobkem indexu** $\sim$.

(*Pozn.* Pokud bude Vaše odpověď "ano, platí", uveďte zcela konkrétní příklad takového jazyka $L$ a pravé kongruence $\sim$, a zdůvodněte. Pokud bude Vaše odpověď "ne, neplatí", pokuste argumentovat, proč to neplatí pro žádný jazyk $L$ a žádnou pravou kongruenci $\sim$).

**Bonus:** [**+1 bod**]

Jak by se změnily odpovědi, pokud bychom netrvali na regularitě jazyka $L$? Zdůvodněte.