

Příklady na cvičení k 1. přednášce (Normální rozložení a odvozená rozložení)

1. příklad: Dokázat přepočtový vzorec $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

2. příklad: Jaká je pravděpodobnost, že náhodná veličina $X \sim N(20, 16)$ nabude hodnotu menší než 12 nebo větší než 28?

3. příklad: Dlouhodobé zkušenosti s výsledky testu z matematiky na střední škole opravňují učitele k tomu, aby počet bodů v testu dosažených považoval za náhodnou veličinu X s rozložením $N(\mu, \sigma^2)$. Učitel se rozhodl, že bude test známkovat podle následujících pravidel:

výborně, když $X > \mu + \sigma$,

chvalitebně, když $\mu < X \leq \mu + \sigma$,

dobře, když $\mu - \sigma < X \leq \mu$,

dostatečně, když $\mu - 2\sigma < X \leq \mu - \sigma$,

nedostatečně, když $X \leq \mu - 2\sigma$.

Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student ze skupiny zkoušených studentů bude ohodnocen známkou

a) výborně

b) chvalitebně

c) dobře

d) dostatečně

e) nedostatečně?

f) Rozložení počtu bodů s hranicemi pro jednotlivé známky znázorněte na obrázku.

4. příklad: Dokázat platnost přepočtových vzorců pro kvantily u_α , $t_\alpha(n)$, $F_\alpha(n_1, n_2)$

5. příklad: Necht' X_1, X_2 jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, $X_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, 2$. Zjistěte, jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = 3 + X_1 - 2X_2$, určete jeho parametry a najděte dolní kvartil náhodné veličiny Y .

6. příklad: Hledání v tabulkách kvantilů (např. Sbírnka 10.1., 10.2., 10.3., 10.5.)

7. příklad:

Necht' X_1, X_2, X_3, X_4 jsou stochasticky nezávislé náhodné veličiny, $X_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, 2, 3, 4$.

jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $X = \frac{X_1\sqrt{3}}{\sqrt{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2}}$?

8. příklad: Necht' náhodná veličina $X \sim F(n_1, n_2)$. Jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = 1/X$?

9. příklad: Necht' náhodná veličina $X \sim t(n)$. Jaké rozložení má transformovaná náhodná veličina $Y = X^2$?

10. příklad: Automat na kávu je seřízen tak, že plní šálky po 250 ml kávy se směrodatnou odchylkou 18 ml. Předpokládáme, že množství kávy v šálku se řídí normálním rozložením.

a) Kolik procent šálek bude obsahovat méně než 262 ml kávy?

b) Kolik procent šálek bude obsahovat mezi 241 ml až 259 ml kávy?

c) Kolik procent šálků bude obsahovat aspoň 253 ml kávy?