Příklady na cvičení ke 3. přednášce
(Základní pojmy matematické statistiky, diagnostické grafy)

Příklad 1.: Odvoďte hustotu náhodného výběru z normálního rozložení $N(\mu, \sigma^2)$.

Příklad 2.: Nechť $X_1, \ldots, X_n$ je náhodný výběr z rozložení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2. Nechť $n \geq 2$.

a) Vypočtěte střední hodnotu a rozptyl výběrového průměru $M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

b) Vypočtěte střední hodnotu výběrového rozptylu $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (X_i - M)^2$

Příklad 3.: Odvození střední hodnoty a rozptylu výběrové distribuční funkce
Nechť $X_1, \ldots, X_n$ je náhodný výběr z rozložení s distribuční funkcí $\Phi(x)$. Nechť $n \geq 2$.
Pro libovolné, ale pevně zvolené reálné x vypočtěte střední hodnotu a rozptyl výběrové distribuční funkce $F_n(x) = \frac{1}{n}\,\mathrm{card}\{i;\, X_i \leq x\}$.

Příklad 4.: Odvození střední hodnoty výběrové kovariance
Nechť $(X_1,Y_1), \ldots, (X_n,Y_n)$ je náhodný výběr z dvourozměrného rozložení s vektorem středních hodnot (μ_1, μ_2) a kovariancí σ_{12}. Vypočtěte střední hodnotu výběrové kovariance
$S_{12} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (X_i - M_1)(Y_i - M_2)$.

Příklad 5.: Jsou dány hodnoty 10, 12, 8, 9, 16. Považujeme je za realizace náhodného výběru z rozložení, které má střední hodnotu μ, rozptyl σ^2 a distribuční funkci $\Phi(x)$. Vypočtěte realizace výběrového průměru, výběrového rozptylu, výběrové směrodatné odchylky a sestrojte graf výběrové distribuční funkce.

Příklad 6.: Výpočet výběrového koeficientu korelace
Máme k dispozici výsledky testů ze dvou předmětů zjištěné u osmi náhodně vybraných studentů určitého oboru.

Číslo studenta	1	2	3	4	5	6	7	8
Počet bodů v 1. testu	80	50	36	58	42	60	56	68
Počet bodů ve 2. testu	65	60	35	39	48	44	48	61

Vypočtěte a interpretujte výběrový koeficient korelace. Pro usnadnění výpočtů máte k dispozici tyto součty:

$\sum_{i=1}^{8} x_i = 450,\ \sum_{i=1}^{8} y_i = 400,\ \sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 26684,\ \sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 20836,\ \sum_{i=1}^{8} x_i y_i = $ [illegible]32