Řešení druhé písemky

Skupina A (Skupina B má první příklad stejný a ve druhém jsou jen proházené proměnné)

Příklad č. 1:

pro všechna reálná čísla a platí: $a\pi a$ právě tehdy, když $a\cdot a=a^2\geq 0$, proto je π reflexivní

nechť $a\pi b$, pak $a\cdot b\geq 0$, víme $b\cdot a=a\cdot b\geq 0$, proto $b\pi a$ a relace je symetrická

relace π není tranzitivní, protože $-3\pi 0$ a zároveň $0\pi 4$, ale $-3 \not\pi 4$

relace π není antisymetrická, protože $3\pi 4$ a zároveň $4\pi 3$, ale $3\neq 4$

není ani ekvivalence ani uspořádání, protože není tranzitivní

Příklad č. 2:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -4 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 17 & 18 & -17 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & -7 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 17 & 18 & -17 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 17 & 18 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 35 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow x_4=0,\ x_3=-1,\ x_2=0,\ x_1=1$$

$$M=\{(1,0,-1,0)\}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & -6 & -5 & 2 \\ 3 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 0 & -5 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_4=0,\ x_3=t,\ x_2=-\tfrac{3}{5}t,\ x_1=-\tfrac{7}{5}t$$

$$M=\left\{\left(-\frac{7}{5}t,-\frac{3}{5}t,t,0\right)\middle|\, t\in\mathbf{R}\right\}$$