Zbytek příkladů 29.11.-15.12.2011

1. Ve vektorovém prostoru $\mathbf{R}^k$ jsou dány množiny vektorů

(a) $A = \{(1,1,2,0,0)^T, (1,-1,0,1,a)^T, (1,b,2,3,-2)^T\}$
(b) $B = \{(-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)^T, (1,0,0,1)^T, (0,-3/5,-3/5,0)^T\}$
(c) $C = \{(1,0,1/2,3)^T, (0,3,1,-1/3)^T, (-10,-1/3,2,3)^T\}$

Jsou tyto množiny ortogonální? Jsou ortonormální? Pro vektory s parametry určete příslušné hodnoty parametrů, aby navzájem ortogonální byly.

2. Gramm-Schmidtovým ortogonalizačním procesem sestrojte ortogonální bázi podprostoru generovaného vektory

a) $(1,1,-1,-1)^T, (1,-1,1,1)^T, (-1,-2,0,1)^T$ v E^4
b) $(1,2,2,-1)^T, (1,1,-5,3)^T, (3,2,8,-7)^T$ v E^4
c) $(1,0,1,0)^T, (0,1,0,-7)^T, (3,-2,3,14)^T$ v E^4
d) $(1,2,0,1,2)^T, (1,1,3,0,1)^T, (1,3,-3,2,3)^T, (1,-1,9,-2,-1)^T$ v E^5

Následně najděte i ortonormální báze.

3. Najděte kolmou projekci vektoru $u = (1,2,2,1)$ do podprostoru $W = span\langle(0,2,0,1)^T, (0,1,1,0)^T\rangle$. Jaká je vzdálenost a jaká je odchylka vektoru u od podprostoru W?

4. Najděte ortogonální doplněk podprostoru P generovaného vektory $(-1,2,0,1)^T, (3,1,-2,4)^T, (-4,1,2,-4)^T$ v E^4.

5. Nalezněte kořeny polynomů (pomocí Hornerova schématu)
a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
b) $x^3 - x^2 - 8x + 12$
c) $x^6 - x^5 - 2x^4$
d) $6x^4 + 9x^3 - 9x^2 - 21x - 9$

6. Nalezněte vlastní čísla a vlastní vektory následujících matic. Jestliže k tomu budou splněny předpoklady, proveďte i diagonalizaci matic.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 6 & 4 & -9 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} F = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$