

1. Určete zda jsou následující relace reflexivní, symetrické, tranzitivní, asymetrické, ekvivalence či uspořádání.

$$\bullet a \sim b \Leftrightarrow a^3 - a = b^3 - b, a, b \in A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad [\text{R, S, T}]$$

$$\bullet a \sim b \Leftrightarrow (a = b \vee a = b + 1), a, b \in \mathbb{Z} \quad [\text{R, Ats}]$$

$$\bullet a \sim b \Leftrightarrow a \cdot b = 2k - 1, a, b, k \in \mathbb{N} \quad [\text{S, T}]$$

$$\bullet x \sim y \Leftrightarrow |x| \geq |y|, \forall x, y \in \mathbb{Z} \quad [\text{R, T}]$$

2. Určete zda jsou následující zobrazení injektivní, surjektivní, bijektivní.

$$\bullet f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 1$$

$$\bullet f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin(x)$$

$$\bullet f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = \begin{cases} x - 1 & x = 2k \\ x + 1 & x = 2k + 1, \quad k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

3. Jsou dána zobrazení  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{4x-1}{6}, g(x) = 2x + 1$ . Určete následující zobrazení:

$$\bullet (f \circ g)^{-1}(x) \quad \left[ \frac{6x-3}{8} \right]$$

$$\bullet (f^{-1} \circ g^{-1})(x) \quad \left[ \frac{3x-2}{4} \right]$$

4. Vyřešte následující soustavy lineárních rovnic v  $\mathbb{R}$ .

a)

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$$

$$1x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

b)

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = -1$$

$$x_1 + x_3 = 1$$

$$2x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0$$

$$2x_1 - 3x_2 = -4$$