VEKTOROVÉ PROSTORY, VEKTORY 8. A 10.11.2011

1. Zjistěte, zda jsou následující množiny vektorové prostory nad $\mathbb{R}$. Pokud ne, určete, které axiomy vektorového prostoru nejsou splněny.

a) $\mathbf{V} = (x, y, z)$ s operacemi $(x, y, z) + (x', y', z') = (x + x', y + y', z + z')$, $k(x, y, z) = (kx, y, z)$ [ne, není splněn axiom (a+b)*u=au+bu]

b) $\mathbf{V} = (x, y)$ s operacemi $(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$, $k(x, y) = (2kx, 2ky)$ [ne, není splněn axiom a(b*u)=(ab)u a 1*u=u]

c) Množina všech matic typu 2×2 s reálnými koeficienty se standardními operacemi sčítání matic a násobení matic skalárem. [ano]

d) Množina všech matic typu 2×2 tvaru $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ se standardními operacemi sčítání matic a násobení matic skalárem. [ne, není splněn axiom o neutrálním a inverzním prvku]

2. Určete, které z následujících množin tvoří vektorové podprostory v $\mathbf{R}^2$ a $\mathrm{Mat}_n(\mathbf{K})$.

a) $\mathbf{M} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x = y + 1\}$ [ne, neplatí (2),(3)]

b) $\mathbf{M} = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_2(\mathbf{K});\ a + b + c + d = 0\}$ [ano]

3. Zjistěte, zda jsou lineárně závislé nebo nezávislé následující vektory v $\mathbf{R}^n$ (pomocí determinantu). Určete jejich lineární obal.

a) $u_1 = (-1, -1, 1, 1), u_2 = (1, -1, 1, -1), u_3 = (-1, 1, 1, -1), u_4 = (1, 1, 1, 1)$ [LNZ]

b) $u_1 = (3, 8, 7, -3), u_2 = (1, 5, 3, -1), u_3 = (2, -1, 2, 6), u_4 = (1, 4, 0, 3)$ [LNZ]

4. Zjistěte, zda vektor $x = (7, 2, -2)$ patří do lineárního obalu množiny vektorů

$$\{(1, 0, -1), (2, 1, 0), (0, 1, 2), (1, 1, 1), (5, 2, -1)\}$$

[ne]