

Domácí úkol č. 6

1. Vypočítejte determinant následujících matic:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(c) C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 4 & 7 \\ -2 & -4 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(d) D = \begin{pmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(e) E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Pomocí Cramerova pravidla vypočítejte neznámou x_2 z následující soustavy lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 10 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 29 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 2 \end{aligned}$$

3. Najděte adjungované matice k maticím:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Vyřešte soustavu lineárních rovnic v závislosti na parametru $r \in \mathbb{R}$

$$4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 12$$

$$2x_1 - x_2 = 6$$

$$x_1 + x_2 + rx_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$$

5. Rozšířená matice soustavy lineárních rovnic (4 rovnice pro 4 neznámé) má po Gaussově eliminaci následující tvar

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4r(r-1) & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3r(r-1) & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2r(r-1) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & r(r-1) & r(r-2) \end{array} \right)$$

Proveďte diskuzi řešení vzhledem k parametru $r \in \mathbb{R}$.