1) Kolik různých slov (nemusí dávat smysl) lze vytvořit s písmen ve slově ANAPURNA?

2) Kolika způsoby lze rozmístit 7 pomernčových (nerozl.) a 3 citronové bonbóny (nerozl.) do 4 přihrádek (rozlišitelných)?

3) Kolika způsoby lze navléci náramek z 8 různých korálků?

4) Kolika způsoby můžeme ze 7 druhů ovoce vybrat 6 kusů do mísy? (každého druhu máme k dispozici nejméně 6)

5) Jaká je pravděpodobnost, že z balíčku 32 karet náhodně vytáhnu 4 karty různé hodnoty?

6) Náhodně vybereme přirozené číslo menší než 100 000. Jaká je pravděpodobnost, že bude složeno pouze z cifer 0,1 a 2?

7) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padne součet 5, víme-li, že ani na jedné nepadla trojka?
   Jsou jevy A-„ani na jedné nepadla 3“ a B-„padne součet 5“ nezávislé?

8) Dvě firmy dováží zboží do stejného obchodu. Dodávky přijedou náhodně mezi 15 a 18 hodinou a každá se zdrží 30 minut. Jaká je pravděpodobnost, že jedna bude muset čekat na druhou?

9) Poloměr koule zvolíme náhodně v rozmezí 5-15 cm. Jaká je pravděpodobnost, že projde otvorem v desce, který má tvat čtverce o straně 9 cm.

10) V krabici máme 20 krabiček na 60W žárovky (z nich žárovku obsahuje 6) a 30 krabiček na 40W žárovky (z nich žárovku obsahuje 8). Jaká je právděpodobnost, že vyberemeli krabičku obsahující žárovku, bude mít výkon 60W?

11) Pro dané matice A, B, C spočtěte matice A·B·C a B^T:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

12) Určete determinanty matic a napište:
   a) jaká pravidla jste použili
   b) jestli je daná matice regulárni / singulární

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

13) Určete inverzní matici, napište jaké pravidlo jste použili a jaký jiný postup jste mohli zvolit (jen stručně):

$$X=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix};$$

14) Pokud jsou soustavy rovnic řešitelné, najděte řešení:

$$\begin{aligned} x-y+2z&=3 \\ x+2y-z&=-5 \\ -2x-y-z&=2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2a+3b-c+4d&=5 \\ -3a+b-3\mathrm{d}&=7 \\ a-4b+c-d&=10 \end{aligned}$$

15) Určete pouze neznánou x_2:

$$\begin{aligned} 3x_1+2x_2+x_3&=5 \\ 2x_1+3x_2+x_3&=1 \\ 2x_1+x_2+3x_3&=11 \end{aligned}$$

16) Řešte soustavu rovnic v závislosti na parametru a:

$$\begin{aligned} -x-2y&=6 \\ kx+ky&=2 \end{aligned}$$

17) Jaký je nulový prvek ve vektorovém prostoru (V,$\underline{+}$,$\underline{\cdot}$), kde:

V = $(0,\infty)$, $u \underline{+} v = \dfrac{u \cdot v}{3}$ a $k \underline{\cdot} u = k \cdot u$?

Dále nalezněte opačný prvek k vektoru w = 9.

($\forall u \in V, \exists o \in V: \quad u+o = o+u = u$, $\forall u \in V, \exists -u \in V: \quad u+(-u) = o$)

18) Rozhodněte, zda je daná množina M podprostorem v $\mathbb{R}^3$:

a)

b) $M = \{(x, y, z); y = x^2, z = x\}$

19) Rozhodněte, zda jsou dané vektory lineárně závislé nebo nezávislé:

a) $(0,0,0,0,0)^T$

b) $(2,-3,9,15,4)^T$

c) $(1,2,3)^T$, $(-5,6,4)^T$, $(-6,2,4)^T$, $(7,9,15)^T$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

20) Leží $u = (0,-4,-1)^T$ v U = Span<$(1,5,2)^T$,$(3,-1,2)^T$, $(2,-2,1)^T$> ?

Jaká je báze a dimenze U?

21) Určete souřadnice vektoru $[v]_e = (1,2,6)^T$ v bázi $\alpha = ((1,1,1)^T, (1,2,0)^T, (1,3,1)^T)$

22) Určete dimenzi jednotivých podprostorů a které množiny generují stejné podprostory.

$$M_1 = ((1,0,0,0)^T, (0,1,0,0)^T, (0,0,1,0)^T, (0,0,0,1)^T)$$
$$M_2 = ((1,2,0,1)^T, (0,-1,2,3)^T, (2,3,1,0)^T, (1,1,2,4)^T)$$
$$M_3 = ((2,2,3,3)^T, (1,1,1,-1)^T, (0,1,-2,-3)^T, (-1,0,-3,-2)^T)$$
$$M_4 = ((7,5,-2,-1)^T, (-2,-1,7,5)^T, (5,4,5,4)^T, (-9,-6,9,6)^T)$$

23) Vyberte zobrazení, které je lineárním zobrazením a určete jeho jádro a obraz.

$$L_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, L_1((x_1, x_2, x_3)^T) = (x_1 + x_2 + 1, x_2 + x_3 + 1, x_1 + x_3 + 1, x_1 + 1)^T$$
$$L_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, L_2((x_1, x_2, x_3)^T) = (3x_1 + x_2, 3x_2 + x_3, x_1 + x_3, 3x_1)^T$$
$$L_3 = \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, L_3((x_1, x_2, x_3)^T) = (x_1 \cdot x_2, x_2 \cdot x_3, x_1 \cdot x_3, x_1)^T$$

24) Určete matici lineárního zobrazení $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, L((x_1, x_2, x_3)^T) = (x_1 + 3x_3, 2x_2)^T$ v bázích

α = ($(1,2,0)^T$,$(3,3,0)^T$$(-1,0,2)^T$) a β = ($(2,-1)^T$,$(-3,2)^T$).

25) Jaké lineární zobrazení zadává matice A?Uveďte příklad vekrorových prostorů, mezi kterými by dané zobrazení mohlo být definováno.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

26) Pro jaké a jsou dané vektory kolmé?
$u = (1, -2, 3)^T$, $v = (a, a, 4)^T$

27) Určete ortogonální doplněk k vektorovému podprostoru W ve vektorovém prostoru R^3:
$$W = \langle (1,2,5)^T, (-2,1,0)^T \rangle$$

28) Určete projekci p vektoru v do podprostoru W s bází α:
$v = (2, 1, 0)^T$, $\alpha = ((1, 2, 1)^T, (-1, 1, -1)^T)$

29) Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu nalezněne nějakou ortonormální bázi vektorového prostoru
$W = \text{Span} \langle (1,1,0,1)^T, (1,0,1,1)^T \rangle$.

30) Nalezněte řešení soustavy rovnic s nejmenší chybou:
$$\begin{array}{rrcr} x & +2y & = & 1 \\ 2x & & = & -1 \\ -x & +y & = & 3 \end{array}$$

31) Určete vlastní hodnoty matice A, jejich algebraickou násobnost, geometrickou násobnost a příslušné vlastní vektory:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

32) Určete charakteristický polynom matice B:
$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

33) Určete C^{10} pro $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.