

**Opravná zápočtová písemka (MB101 Matematika I)**  
**4.1.2012 skupina 04**

1. ÚLOHA

Stroj vyřezává součástky obdélníkového tvaru. Při proměření 200 součástek bylo zjištěno:

- jen délka je mimo toleranci u 10 součástek;
- jen šířka je mimo toleranci u 15 součástek;
- jsou mimo toleranci oba rozměry u 43 součástek.

Jsou náhodné jevy  $A$ -překročení tolerance v délce a  $B$ -překročení tolerance v šířce závislé či nezávislé?

2. ÚLOHA

Pomocí Cramerova pravidla najděte řešení soustavy

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 10 \\3x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 11 \\5x_1 + 6x_2 + 8x_3 &= 12.\end{aligned}$$

3. ÚLOHA

Nechť  $\mathcal{L}$  je lineární prostor polynomů nejvýše třetího stupně. Nechť jsou  $\mathcal{B} = \{x + 1, x - 1, (x + 1)^2, (x + 1)^3\}$  a  $\mathcal{B}_0 = \{1, x, x^2, x^3\}$  uspořádané báze tohoto prostoru.

- (a) Najděte matici přechodu od báze  $\mathcal{B}_0$  k  $\mathcal{B}$  a matici přechodu od báze  $\mathcal{B}$  k  $\mathcal{B}_0$ .
- (b) Najděte souřadnice polynomu  $p \in \mathcal{L}$ , kde  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 3x$ , vzhledem k bázi  $\mathcal{B}_0$  a vzhledem k bázi  $\mathcal{B}$ .

4. ÚLOHA

Nalezněte jádro, dimenzi jádra, obraz a dimenzi obrazu lineárního zobrazení  $\mathcal{A} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , které je dáno předpisem  $\mathcal{A}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4, x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 7x_4, 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4)$ .

5. ÚLOHA

Nalezněte vlastní hodnoty a vlastní vektory matice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -1 & 10 & -6 \\ -1 & 8 & -4 \end{pmatrix}$  a rozhodněte, zda-li je tato matice diagonalizovatelná.

6. ÚLOHA

Městská oblast má 400 tisíc obyvatel, přičemž se dělí na dvě části, centrum a předměstí. Analyzujte změny (z dlouhodobého hlediska) v populaci obývající centrum a předměstí, jestliže se každý rok přestěhuje 15% populace z centra do předměstí a 5% populace z předměstí do centra.