

### 3. zápočtový test MB101

#### Skupina 11

**Příklad 1:** Určete bázi a dimenzi lineárního obalu množiny  $W$ , která je tvořena maticemi

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, U_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, U_5 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2:** Máme zadanou matici  $A$  lineárního zobrazení  $f : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_2$  ve standardních bázích  $\varepsilon_3 = (1, x, x^2, x^3)$  a  $\varepsilon_2 = (1, x, x^2)$ . Určete matici  $B$  tohoto lineárního zobrazení v bázích  $\gamma = (1, 1 + x, x + x^2, x^2 + x^3)$  a  $\delta = (2, 2x, 2x^2)$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

**Příklad 3:** Určete jádro a obraz lineárního zobrazení  $f : \mathcal{R}^4 \rightarrow \mathcal{R}^4$ , zadaného předpisem  $f(x) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4; 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4; x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4; x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$ . Najděte nějakou bázi  $\text{Ker } f$  a  $\text{Im } f$ .

**Příklad 4:** Následující lineární systém nemá řešení. Určete řešení tohoto systému metodou nejmenších čtverců. Dále určete nejmenší možnou vzdálenost mezi levou a pravou stranou tohoto lineárního systému:

$$\begin{aligned} x - 2z &= 1 \\ x + y &= -2 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

### 3. zápočtový test MB101

#### Skupina 12

**Příklad 1:** Určete bázi a dimenzi lineárního obalu množiny  $W$ , která je tvořena maticemi

$$U_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, U_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, U_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, U_5 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2:** Máme zadanou matici  $A$  lineárního zobrazení  $f : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_2$  ve standardních bázích  $\varepsilon_3 = (1, x, x^2, x^3)$  a  $\varepsilon_2 = (1, x, x^2)$ . Určete matici  $B$  tohoto lineárního zobrazení v bázích  $\gamma = (2, 2x, 2x^2, 2x^3)$  a  $\delta = (1, 1 + x, x + x^2)$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

**Příklad 3:** Určete jádro a obraz lineárního zobrazení  $f : \mathcal{R}^4 \rightarrow \mathcal{R}^4$ , zadaného předpisem  $f(x) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4; 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4; x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4; x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$ . Najděte nějakou bázi  $\text{Ker } f$  a  $\text{Im } f$ .

**Příklad 4:** Následující lineární systém nemá řešení. Určete řešení tohoto systému metodou nejmenších čtverců. Dále určete nejmenší možnou vzdálenost mezi levou a pravou stranou tohoto lineárního systému:

$$\begin{aligned} -x + y - 2z &= 1 \\ x - y + z &= 0 \\ -z &= 2 \end{aligned}$$