

## Skupina B

1. **samostatná** písemná práce z MB101. Na řešení máte 40 minut. Na každý papír se prosím čitelně podepište a napište svou skupinu. Pracujte pozorně. Pokud něčemu v zadání nerozumíte, zeptejte se. Přeji Vám hodně štěstí!!!

*Příklad č. 1:* Do voleb se přihlásilo 12 kandidátů - 7 mužů a 5 žen. Celkem bude zvoleno 6 kandidátů. Volební rád však říká, že musí být zvoleny aspoň 3 ženy. Kolika způsoby mohou volby dopadnout?

*Řešení.* Pozor, v zadání je aspoň 3 ženy, tzn. právě 3 + právě 4 + právě 5 žen. Tedy počítáme pomocí kombinací takto:

$$\binom{5}{3} \binom{7}{3} + \binom{5}{4} \binom{7}{2} + \binom{5}{5} \binom{7}{1} = 462$$

Volby tedy mohou dopadnout 462 způsoby.

*Příklad č. 2:* Z karetní hry o 32 kartách vybereme náhodně bez vracení 3 karty. Jaká je pravděpodobnost, že aspoň jedna z nich je eso? (Předpokládejme, že v balíčku jsou 4 esa.)

*Řešení.* Nejjednodušší je počítat pomocí doplňku. Od jedničky odečteme pravděpodobnost opačného jevu, tedy že nebude vytaženo žádné eso. Počítáme pomocí kombinací:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{28}{3}}{\binom{32}{3}} = 0.3395$$

Pst., že aspoň jedna ze tří karet bude eso, je tedy 0.3395.

*Příklad č. 3:* Pojišťovací společnost rozlišuje při pojišťování tři skupiny řidičů: A, B a C. Pravděpodobnost toho, že řidič patří do skupiny A bude mít během roku nehodu, je 0,03, zatímco u řidiče skupiny B je to 0,06 a u řidiče skupiny C 0,1. Podle dlouhodobých záznamů společnosti je 70% pojistných smluv uzavřeno s řidiči skupiny A, 20% s řidiči skupiny B a 10% s řidiči skupiny C. Jestliže došlo k nehodě pojištěného řidiče, jaká je pravděpodobnost, že patří do skupiny C?

*Řešení.* Příklad vede na použití Bayesova vzorce. Ze zadání máme:  $P(N|A) = 0.03$ ,  $P(N|B) = 0.06$ ,  $P(N|C) = 0,1$ ,  $P(A) = 0,7$ ,  $P(B) = 0,2$ ,

$P(C) = 0,1$ ,  $P(C|N) = ?$  Můžeme tedy počítat:

$$\begin{aligned} P(C|N) &= \frac{P(N|C)P(C)}{P(N)} = \frac{P(N|C)P(C)}{P(N|A)P(A) + P(N|B)P(B) + P(N|C)P(C)} \\ &= 0.233 \end{aligned}$$

Za podmínky, že došlo k nehodě, řidič patří do skupiny C s pstí 0.233.

*Příklad č. 4:* Na stole jsou 3 mísy s koláči. V první misce je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. V druhé misce je 13 tvarohových a 12 ořechových koláčů a ve třetí misce je 15 tvarohových a 5 ořechových koláčů. Nejprve si vyberu mísu, každá má stejnou pravděpodobnost výběru, a pak náhodně ochutnám jeden koláč. Jaká je pravděpodobnost, že mnou ochutnávaný koláč bude ořechový?

*Řešení.* Jedná se o příklad na celkovou pst. Jako  $H_1$  až  $H_3$  si označíme jev, že vyberu koláč z mísy 1 až 3. Jako  $P(O)$  označíme pst, že ochutnám ořechový koláč. Ale nejprve si vybírám mísu, teprve pak koláč z mísy. Ze zadání máme:

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}, P(O|H_1) = \frac{8}{20}, P(O|H_2) = \frac{12}{25}, P(O|H_3) = \frac{5}{20}. \text{ Tedy}$$

$$P(O) = P(O|H_1)P(H_1) + P(O|H_2)P(H_2) + P(O|H_3)P(H_3) = 0.377$$

Pst, že ochutnávaný koláč bude ořechový je 0.377.