

Skupina C

1. **samostatná** písemná práce z MB101. Na řešení máte 40 minut. Na každý papír se prosím čitelně podepište a napište svou skupinu. Pracujte pozorně. Pokud něčemu v zadání nerozumíte, zeptejte se. Přeji Vám hodně štěstí!!!

Příklad č. 1: Ve třídě je 10 žáků - 6 chlapců a 4 dívky. Do pěveckého sboru z nich bude vybráno 5 žáků. Požaduje se však, aby byly vybrány aspoň 2 dívky. Kolika způsoby mohou být žáci vybráni?

Řešení. Pozor, v zadání je aspoň 2 dívky, tzn. právě 2 + právě 3 + právě 4 dívky. Tedy počítáme pomocí kombinací takto:

$$\binom{4}{2} \binom{6}{3} + \binom{4}{3} \binom{6}{2} + \binom{4}{4} \binom{6}{1} = 186$$

Žáci mohou být vybráni 186 způsoby.

Příklad č. 2: Z karetní hry o 32 kartách vybereme náhodně bez vracení 4 karty. Jaká je pravděpodobnost, že aspoň tři z nich jsou eso? (Předpokládejme, že v balíčku jsou 4 esa.)

Řešení. Aspoň 3 esa znamená právě 3 + právě 4 esa. Počítáme pomocí kombinací:

$$P(A) = \frac{\binom{28}{1} \binom{4}{3} + \binom{28}{0} \binom{4}{4}}{\binom{32}{4}} = 0.00314$$

Pst., že aspoň tři ze čtyř karet budou eso, je tedy 0.00314.

Příklad č. 3: Pojišťovací společnost rozlišuje při pojišťování tři skupiny řidičů: A, B a C. Pravděpodobnost toho, že řidič patří do skupiny A bude mít během roku nehodu, je 0,03, zatímco u řidiče skupiny B je to 0,06 a u řidiče skupiny C 0,1. Podle dlouhodobých záznamů společnosti je 70% pojistných smluv uzavřeno s řidiči skupiny A, 20% s řidiči skupiny B a 10% s řidiči skupiny C. Jestliže došlo k nehodě pojištěného řidiče, jaká je pravděpodobnost, že patří do skupiny B?

Řešení. Příklad vede na použití Bayesova vzorce. Ze zadání máme: $P(N|A) = 0.03$, $P(N|B) = 0.06$, $P(N|C) = 0.1$, $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.2$, $P(C) = 0.1$, $P(B|N) = ?$ Můžeme tedy počítat:

$$\begin{aligned} P(B|N) &= \frac{P(N|B)P(B)}{P(N)} = \frac{P(N|A)P(A)}{P(N|A)P(A) + P(N|B)P(B) + P(N|C)P(C)} \\ &= 0.279 \end{aligned}$$

Za podmínky, že došlo k nehodě, řidič patří do skupiny B s pstí 0.279.

Příklad č. 4: Na stole jsou 2 mísy s koláči. V první míse je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. V druhé míse je 13 tvarohových a 12 ořechových koláčů. Nejprve si vyberu mísu, každá má stejnou pravděpodobnost výběru, a pak náhodně ochutnám jeden koláč. Jaká je pravděpodobnost, že mnou ochutnávaný koláč bude tvarohový?

Řešení. Jedná se o příklad na celkovou pst. Jako H_1 a H_2 si označíme jev, že vyberu koláč z mísy 1 nebo 2. Jako $P(T)$ označíme pst, že ochutnám tvarohový koláč. Ale nejprve si vybírám mísu, teprve pak koláč z mísy. Ze zadání máme:

$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}$, $P(T|H_1) = \frac{12}{20}$, $P(T|H_2) = \frac{13}{25}$. Tedy

$$P(T) = P(T|H_1)P(H_1) + P(T|H_2)P(H_2) = 0.56$$

Pst, že ochutnávaný koláč bude tvarohový je 0.56.