

Skupina D

1. **samostatná** písemná práce z MB101. Na řešení máte 40 minut. Na každý papír se prosím čitelně podepište a napište svou skupinu. Pracujte pozorně. Pokud něčemu v zadání nerozumíte, zeptejte se. Přeji Vám hodně štěstí!!!

Příklad č. 1: Ve třídě je 12 žáků - 7 chlapců a 5 dívek. Do pěveckého sboru z nich bude vybráno 6 žáků. Požaduje se však aby byly vybrány aspoň 3 dívky. Kolika způsoby mohou být žáci vybráni?

Řešení. Pozor, v zadání je aspoň 3 dívky, tzn. právě 3+ právě 4 + právě 5 dívek. Tedy počítáme pomocí kombinací takto:

$$\binom{5}{3} \binom{7}{3} + \binom{5}{4} \binom{7}{2} + \binom{5}{5} \binom{7}{1} = 462$$

Žáci mohou být vybráni 462 způsoby.

Příklad č. 2: Z karetní hry o 32 kartách vybereme náhodně bez vracení 4 karty. Jaká je pravděpodobnost, že aspoň dvě z nich jsou eso? (Předpokládejme, že v balíčku jsou 4 esa.)

Řešení. Nejjednodušší je počítat pomocí doplňku. Od jedničky odečteme pravděpodobnost opačného jevu, tedy že nebude vytaženo žádné eso + bude vytaženo právě 1 eso. Počítáme pomocí kombinací:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{28}{4} + \binom{28}{3} \binom{4}{1}}{\binom{32}{4}} = 0.0662$$

Pst., že aspoň dvě ze čtyř karet budou eso, je tedy 0.0662.

Příklad č. 3: Pojišťovací společnost rozlišuje při pojišťování tři skupiny řidičů: A, B a C. Pravděpodobnost toho, že řidič patří do skupiny A bude mít během roku nehodu, je 0,02, zatímco u řidiče skupiny B je to 0,07 a u řidiče skupiny C 0,11. Podle dlouhodobých záznamů společnosti je 60% pojistných smluv uzavřeno s řidiči skupiny A, 25% s řidiči skupiny B a 15% s řidiči skupiny C. Jestliže došlo k nehodě pojištěného řidiče, jaká je pravděpodobnost, že patří do skupiny B?

Řešení. Příklad vede na použití Bayesova vzorce. Ze zadání máme: $P(N|A) = 0.02$, $P(N|B) = 0.07$, $P(N|C) = 0,11$, $P(A) = 0,6$, $P(B) =$

0,25, $P(C) = 0,15$, $P(B|N) = ?$ Můžeme tedy počítat:

$$\begin{aligned} P(B|N) &= \frac{P(N|B)P(B)}{P(N)} = \frac{P(N|B)P(B)}{P(N|A)P(A) + P(N|B)P(B) + P(N|C)P(C)} \\ &= 0,38 \end{aligned}$$

Za podmínky, že došlo k nehodě, řidič patří do skupiny B s pstí 0,38.

Příklad č. 4: Na stole jsou 3 mísy s koláči. V první misce je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. V druhé misce je 13 tvarohových a 12 ořechových koláčů a ve třetí misce 14 tvarohových a 7 ořechových. Nejprve si vyberu mísu, každá má stejnou pravděpodobnost výběru, a pak náhodně ochutnám jeden koláč. Jaká je pravděpodobnost, že mnou ochutnávaný koláč bude tvarohový?

Řešení. Jedná se o příklad na celkovou pst. Jako H_1 až H_3 si označíme jev, že vyberu koláč z mísy 1 až 3. Jako $P(t)$ označíme pst, že ochutnám tvarohový koláč. Ale nejprve si vybírám mísu, teprve pak koláč z mísy. Ze zadání máme:

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}, P(T|H_1) = \frac{12}{20}, P(T|H_2) = \frac{13}{25}, P(T|H_3) = \frac{14}{21}. \text{ Tedy}$$

$$P(O) = P(O|H_1)P(H_1) + P(O|H_2)P(H_2) + P(O|H_3)P(H_3) = 0,5956$$

Pst, že ochutnávaný koláč bude tvarohový je 0,5956.