

## *Democvičení*

*M/B104 - jaro 2011*

**Příklad 1.** Rozhodněte, zda konverguje řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+(-3)^n}}{3^{3n}}$  a určete její součet.

**Příklad 2.** Rozhodněte, zda konverguje řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$  a určete její součet.

**Příklad 3.** Vyjádřete zlomkem  $0,2\overline{15}$

**Příklad 4.** Určete, má-li řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+6)(n+2)}$  součet.

**Příklad 5.** Určete součet nekonečné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

**Příklad 6.** Dokažte, že řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^3+1}$  diverguje.

**Příklad 7.** Dokažte, že řada  $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{2n}{3}$  diverguje.

**Příklad 8.** V  $\mathbb{R}$  řešte rovnici

$$x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + x^5 + 3x^6 \dots = \frac{5}{3}.$$

**Příklad 9.** Do čtverce o délce strany 2 je vepsán čtverec, jehož strany jsou spojnicemi středů stran daného čtverce. Do vepsaného čtverce je stejným způsobem vepsán další čtverec atd. Vypočítejte součet obvodů a součet obsahů všech takovýchto čtverců.

**Příklad 10.** V daném rovnostranném trojúhelníku o straně  $a = 6 \text{ cm}$  sestrojte kolmici z vrcholu  $C$  na stranu  $AB$ , patu kolmice označte  $B_1$ . Bodem  $B_1$  ved'te rovnoběžku se stranou  $AC$ , průsečík této rovnoběžky se stranou  $BC$  označte  $C_1$ . Patu kolmice z bodu  $C_1$  na stranu  $AB$  označte  $B_2$ , průsečík strany  $BC$  a rovnoběžky se stranou  $AC$  vedené bodem  $B_2$  označte  $C_2$ . Patu kolmice z bodu  $C_2$  na stranu  $AB$  označte  $B_3$ , průsečík strany  $BC$  a rovnoběžky s  $AC$  vedené bodem  $B_3$  označte  $C_3$ . Tento postup stále opakujte. Vypočítejte délku „nekonečné“ lomené čáry  $ACB_1C_1B_2C_2B_3C_3 \dots$ .

**Příklad 11.** Použitím limitního podílového kritéria rozhodněte o konvergenci řady

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)3^n}{(2n+1)!}$

**Příklad 12.** Užitím srovnávacího kritéria rozhodněte o konvergenci řady

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

**Příklad 13.** Použitím limitního odmocninového kritéria rozhodněte o konvergenci řady

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+\frac{1}{n})^n}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2+\frac{1}{n})^n}$