

- (1) Mějme kostru $K = (V, E)$ ohodnoceného grafu G . Pak je K ohodnocený strom. Ohodnocení hrany $e_i \in E$ značíme $w(e_i)$. Pokud seřadíme ohodnocení hran tohoto stromu za sebe (sestupně), dostaneme posloupnost, které budeme říkat **hodnota kostry**. Dokažte, že libovolné dvě minimální kostry grafu mají stejnou hodnotu.
- (2) Dokažte, že pokud lze maximální tok v libovolném grafu získat s pomocí Ford–Fulkersonova algoritmu, lze získat s pomocí F–F algoritmu tak, že v žádném kroku nepoužijí zlepšující plocestu, která vede přes protisměrné hrany (tj. aplikují F–F algoritmus a nikdy nebudou protlačovat proti směru).

Je to možné i v případě, když použijí navíc Edmondsonův algoritmus (beru vždy nejkratší zlepšující plocestu)?

- (3) Buď dán ohodnocený graf $G = (V, E, c)$, kde $c(e)$ je funkce ohodnocení, ve kterém hledám minimální tok $f(e)$. Při hledání užívám F–F algoritmus. Po několika (n) krocích algoritmu se náhodně zastavím (aniž bych nutně našel řešení) a sestavím graf $G_2 = (V, E, c - f_n)$, tj. bude vypadat stejně až na to, že hrana $e \in E$ bude ohodnocena rozdílem $c(e) - f_n(e)$, kde $f_n(e)$ je hodnota toku, která byla zatím vypočtena. Buď (Z, S) minimální řez v grafu G_2 . Je to minimální řez i v grafu G ?

Rozhodněte a své rozhodnutí zdůvodněte. Zdůvodněním se rozumí buď důkaz, nebo protipříklad.