MB103 – 1. demonstrovaná cvičení
Funkce více proměnných

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

20.9. 2011

Příklad 1. *Uvažme následující funkci:*

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} & \textit{pro} \quad x,y\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\\ 0 & \textit{pro} \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

Zjistěte, zda je funkce spojitá v bodě $(0,0)$. Lze tuto funkci předefinovat v bodě $(0,0)$ tak, aby byla spojitá?

Tečna ke křivce $\gamma(t) = [f(t), g(t), h(t)]$ v bodě $\gamma(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$ má směrový vektor

$$(f'(t_0), g'(t_0), h'(t_0)),$$

tedy rovnice normálové roviny je

$$f'(t_0)(x - x_0) + g'(t_0)(y - y_0) + h'(t_0)(z - z_0) = 0.$$

Příklad 2. *Určete tečnu a normálovou rovinu ke křivce* $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = [\cos(t), t^2, t]$ *v bodě* $t = \pi$.

Příklad 4. *Určete směrovou derivaci funkce* $f(x, y) = ln(x) \cdot y^2$ *ve směru* $v = (2, 1)$ *v bodě* $[x_0, y_0] = (1, 1)$.

Rovnice tečné rovniny k ploše zadané jako $f(x, y, z) = 0$ v bodě (x_0, y_0, z_0) jsou

$$f_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + f_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0,$$

normála má pak směrový vektor

$$(f_x, f_y, f_z).$$

Příklad 5. *Určete tečnou rovinu ke grafu funkce* $f(x,y) = xy^2$ *v bodě* $(1,1)$.

Příklad 6. *Určete tečnu ke křivce dané rovnicemi* $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$, $z^2 - 2y^2 - x^2 = 0$ *v bodě* $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$.