Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne
2. Návodné úlohy

Příklad 1. *Určete parametrické i obecné rovnice tečny ke křivce* $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, $c(t) = (c_1(t), c_2(t), c_3(t)) = (\sin(t), 1 - t, t^2)$ *v bodě odpovídajícím hodnotě parametru* $t = \pi$.

Příklad 2. *Určete maximální podmnožinu* $A \subset \mathbb{R}^2$ *tak, aby na ní byla funkce* $f(x,y) = \frac{x+y}{x^2+2xy+1}$ *dobře definována. Dále určete tečnou rovinu grafu* f *v bodě* $[1,2]$ *a rozhodněte, zda prochází bodem* $(2,3,4) \in \mathbb{R}^3$*.*

Příklad 3. *Určete parametrické vyjádření tečny ke křivce, která je dána průnikem grafů funkcí* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + y^2 - 5$ *a* $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $g(x, y) = x \cdot \ln(y)$ *v bodě* $[2, 1]$.

Plán přednášky

Příklad 1. *Určete Taylorův polynom druhého řádu funkce* $\ln(2x^2y - x)$ *v bodě* $[1, 1]$.

Sylvestrovo kriterium positivní definitnosti.

Symetrická čtvercová matice nad $\mathbb{R}$ je positivně (semi)definitní, jestliže jsou všechny její vedoucí hlavní minory kladné (nezáporné).

Důsledek. Symetrická čtvercová matice nad $\mathbb{R}$ je negativně (semi)definitní, jestliže její vedoucí hlavní minory střídají znaménka (případně jsou nulové), počínaje znaménkem mínus.

Příklad 2. *V rovině* $x + 2y + 2z = 2$ *v* $\mathbb{R}^3$ *určete bod, který má nejmenší vzdálenost od bodu* $(1, 1, 1)$.

Příklad 3. *Určete extrémy funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $x^2y - xy - x$.

Příklad 4. *Určete extrémy funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $x^2y - xy - x$.

Řešení. $f_x = 2xy - y - 1$, $f_y = x^2 - x$, $Hf = \begin{pmatrix} 2y & 2x-1 \\ 2x-1 & 0 \end{pmatrix}$.

Stacionární body $(0, -1)$, $(1, 1)$, v obou je Hessián indefinitní, tedy funkce extrémy nemá. $\square$

Určete extrémy funkce $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $x^2 - yz - z^2 - 2x + y^2 + 2y$.