Plán přednášky

Příklad *Určete stacionární body funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2y + y^2 - xy$ *a rozhodněte, které z těchto bodů jsou lokální extrémy a jakého druhu.*

Příklad *Určete stacionární body funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2y + y^2 - xy$ *a rozhodněte, které z těchto bodů jsou lokální extrémy a jakého druhu.*

Řešení. Stacionární body $[0, 0]$, $[1, 0]$, $[1/2, 1/8]$, první dva sedlové, ve třetím bodě nastává lokální mimimum. $\square$

Příklad *Určete bod v rovině* $x + y + 2z = 1$ *ležící v* $\mathbb{R}^3$*, který má nejmenší vzdálenost od počátku souřadnic. A to jak metodami lineární algebry, tak metodami diferenciálního počtu.*

Příklad *Určete bod v rovině* $x + y + 2z = 1$ *ležící v* $\mathbb{R}^3$*, který má nejmenší vzdálenost od počátku souřadnic. A to jak metodami lineární algebry, tak metodami diferenciálního počtu.*

Řešení. $[1/6, 1/6, 1/3]$. □

Příklad *Napište Taylorův rozvoj druhého řádu funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \log_2(x^2 y + y^2 + 2)$ *v bodě* $[1, 1]$.

Příklad *Napište Taylorův rozvoj druhého řádu funkce* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \log_2(x^2y + y^2 + 2)$ *v bodě* $[1, 1]$.

Řešení. $\frac{1}{32\ln(2)}(64\ln(2) + 4x - 33 + 22y + 4x^2 + 4xy - y^2)$. $\square$

Plán přednášky

Ukažte, že funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = e^x \sin(y) + y - \pi/2 - 1$$

definuje předpisem $f(x, y) = 0$ v okolí bodu $[0, \pi/2]$ implicitně proměnnou y jako funkci proměnné x, $y = g(x)$. Určete $g'(x)$ bodě 0.

Buď

$$F(x,y,z) = \sin(xy) + \sin(yz) + \sin(zx) - 1.$$

Ukažte, že předpis $F(x,y,z) = 0$ zadává v okolí bodu $(\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2}, 0)$ implicitně funkci $z = f(x,y)$ takovou, že $F(x,y,f(x,y)) = 0$.
Určete $f_x(\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2})$ a $f_y(\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2})$.

Rozhodněte, zda existují (lokální) maxima a minima funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x - 2y$ na křivce dané rovnicí

$$y - x^3 - 2x - 1 = 0.$$

Rozhodněte, zda existují (lokální) maxima a minima funkce $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x - 2y$ na křivce dané rovnicí

$$y - x^3 - 2x - 1 = 0.$$

Uvažujte křivku omezenou na interval $x \in \langle 0, 5 \rangle$.

Určete, zda existují maxima a minima funkce $f(x, y, z) = x + 2y + 3z$ na na paraboloidu

$$z = x^2 + y^2.$$

Najděte maximální a minimální hodnotu polynomu

$$p(x, y) = x^2 + 3y^2$$

na množině

$$M = \left\{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ 2x^2 + y^2 \leq 1\right\}.$$