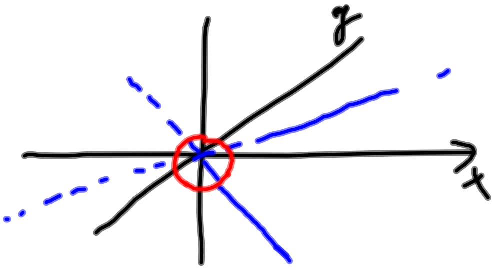
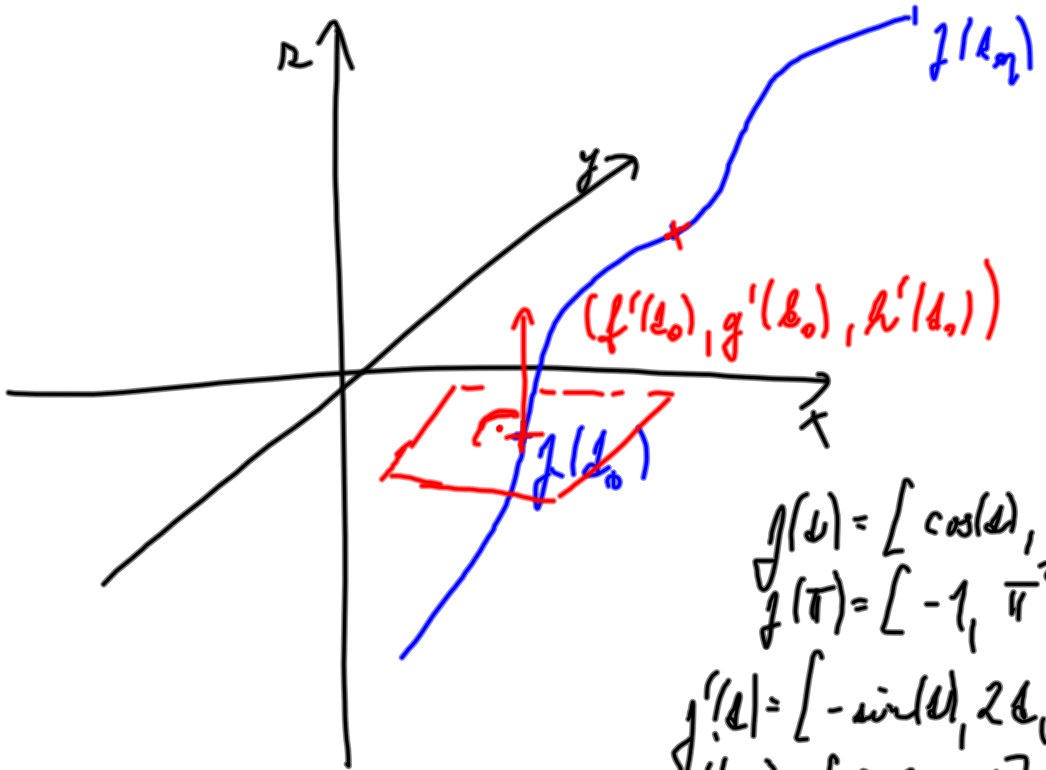
$$g(x,y) = \frac{xy}{x+y} \qquad \mathcal{D}_g = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R} \mid x=-y\}$$

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R} \mid x = \pm y\} \cup \{(0,0)\}$$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2} & \text{pro } x,y \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R} \mid x=\pm y\} \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



$$(x_n, y_n) \to (x_0, y_0)$$
$$\Leftrightarrow x_n \to x_0 \ \& \ y_n \to y_0$$



$g(t) = [\cos(t),\ t^2,\ t]$

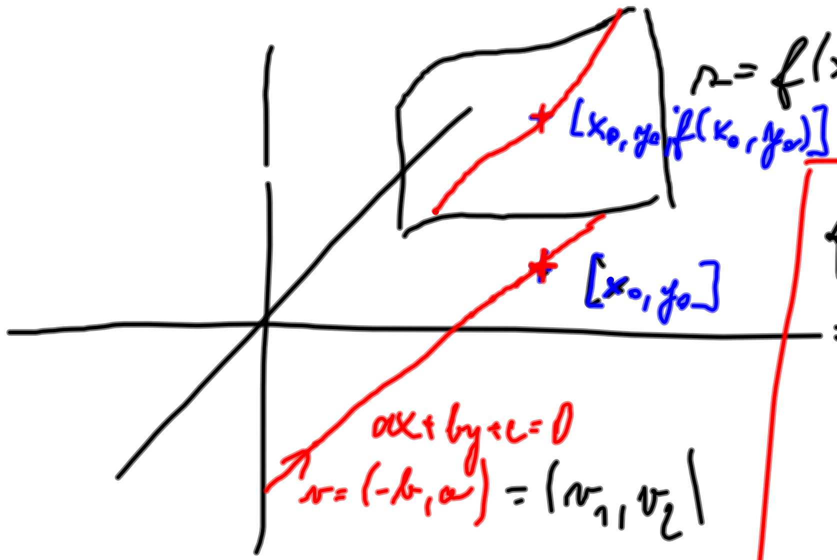
$g(\pi) = [-1,\ \pi^2,\ \pi]$

$g'(t) = [-\sin(t),\ 2t,\ 1]$

$g'(\pi) = [0,\ 2\pi,\ 1]$

parametrické vyjádření tečny ke křivce g v bodě $[-1, \pi^2, \pi]$ (odpovídající parametru $t=\pi$) je

$x = -1$
$y = \pi^2 + 2\pi t$
$z = \pi + t \quad , t \in \mathbb{R}$



$$f_v(x_0, y_0) = \left. \frac{\partial f(x_0 + t v_1, y_0 + t v_2)}{\partial t} \right|_{t=0} =$$

9 20-10:22

$x = 1 + 2s$
$y = 1 + s$

$$f_{(2,1)}(1,1) = \left[\ln(1+2s)\cdot(1+s)^2\right]'(0) =$$
$$= \left[\frac{2(1+s)^2}{1+2s} + 2\ln(1+2s)\cdot(1+s)\right](0) =$$
$$= 2$$

$$g(x,y) = x^2 y + 2xy$$
$$g_{(3,1)}(2,1) = \left[(2+3s)^2(1+s) + 2(2+3s)(1+s)\right]'(0) =$$
$$= \left[(4+12s+9s^2)(1+s) + 2(2+5s+3s^2)\right]'(0)$$
$$= 4s + 12s^2 + 9s^3 + 4 + 12s + 9s^2 + 4 + 10s + 6s^2$$
$$= \left[9s^3 + 27s^2 + 26s + 8\right]'(0) = 26$$

$$f(x,y) = \ln(x) \cdot y^2$$

$$f_x(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{y^2}{x}$$

$$f_x(x,y)\,[1,1] = 1$$

$$f_y(x,y) = 2y \cdot \ln(x)$$

$$f_y(x,y)\,[1,1] = 0$$

$$f_{\vec{v}}(x,y) = v_1\, f_x(x,y) + v_2 \cdot f_y(x,y)$$

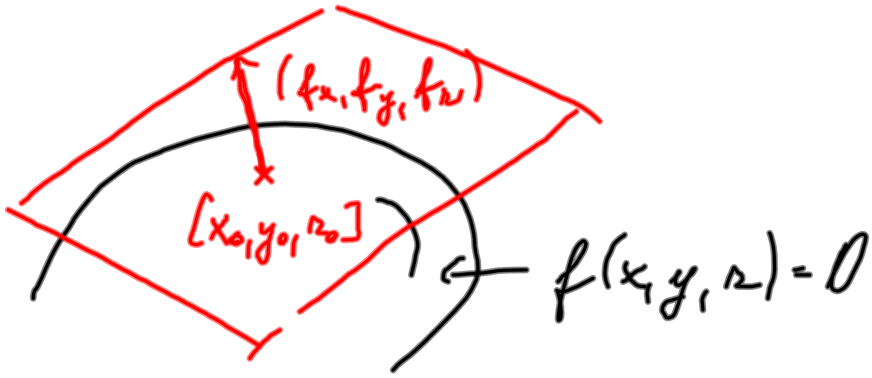
$$f_{(2,1)}\,[1,1] = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 2$$

$$g_x = 2xy + 2y$$

$$g_y = x^2 + 2x$$

$$g_{(3,1)}(2,1) =$$

$$= 3 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = \underline{26}$$



Rovnice tečné roviny v bodě $[x_0, y_0, z_0]$ zní

...

Speciálně uvažujme graf $\overset{\text{def.}}{\vee}$ funkce dvou proměnných, tedy plochu $z = f(x, y)$. Dostáváme rovnici tečné roviny v bodě (x_0, y_0):

$$[\, G(x, y, z) = z - f(x, y) = 0 \,]$$

$$1 \cdot (z - f(x_0, y_0)) - f_x(x_0, y_0)(x - x_0) - f_y(x_0, y_0)(y - y_0) = 0$$

$$f_x(x,y) = y^2$$

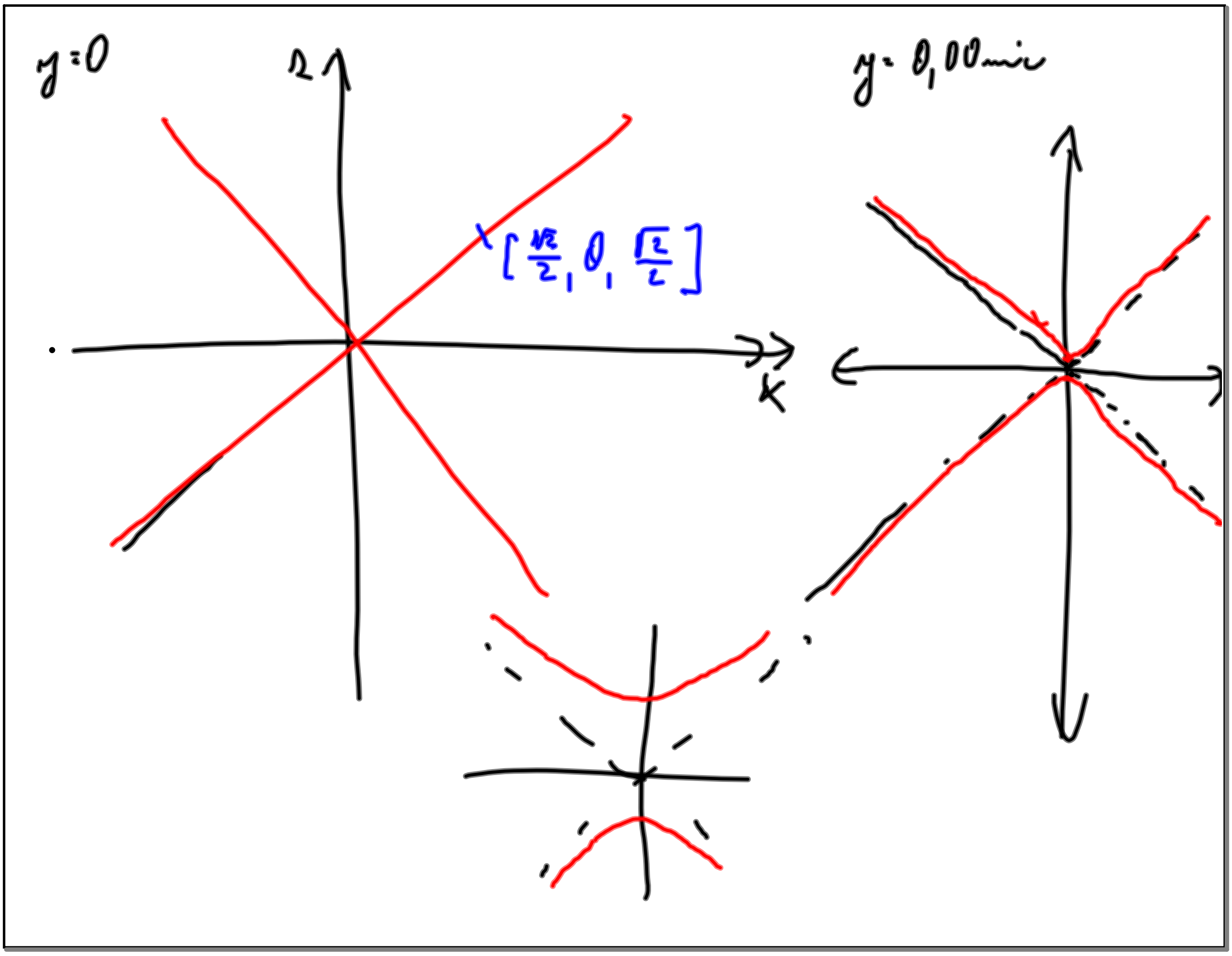
$$f_y(x,y) = 2xy$$

$$f_x(1,1) = 1$$

$$f_y(1,1) = 2$$

$$z = 1 + 1\cdot(x-1) + 2(y-1)$$

$$z - x - 2y + 2 = 0$$



9 20-11:15

Směrový vektor křivky dané průnikem dvou uvažovaných ploch je směrový vektor průsečnice tečných rovin uvažovaných ploch.

normálový vektor 1. plochy v bodě $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$:

$$(f_x, f_y, f_z)\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = (\sqrt{2}, 0, \sqrt{2})$$

normálový vektor tečné roviny 2. plochy v bodě $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

$$(-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2})$$

Směrem kolmým na oba tyto vektory, tedy směrovým vektorem průsečnice tečných rovin je vektor $(0, 1, 0)$.

Parametrické rovnice hledané tečny tedy jsou

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$y = t$$
$$z = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad , t \in \mathbb{R}$$