

Drsná matematika III – 9. demonstovaná cvičení

Grafové algoritmy

Martin Panák

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

15.11. 2011

Plán přednášky

1 Domácí úkoly z minulého týdne

2 Návodné úlohy

- Eulerovské grafy
- Hamiltonovské grafy
- Rovinné grafy
- Eulerova formule
- Eulerova formule
- Eulerova formule
- Eulerova formule

Příklad 1. *Udejte příklad grafu, ve kterém se vyskytuje záporně ohodnocená hrana a přesto Dijkstrův algoritmus spočítá správně délky nejkratších cest z nějakého vrcholu (ale ne ze všech).*

Udejte příklad grafu, ve kterém se vyskytuje záporně ohodnocená hrana a přesto Dijkstrův algoritmus spočítá správně délky nejkratších cest z ze všech vrcholů.

Udejte příklad grafu a jeho vrcholu takového, že výstup Dijkstrova algoritmu nebudou nejkratší cesty z daného algoritmu. (Uveďte graf, vrchol ze kterého má Dijkstrův algoritmus začínat, délky nejkratších cest z něho podle Dijkstrova algoritmu a skutečné délky nejkratších z něj.)

Příklad 2. *Určete všechna $n \in \mathbb{N}$ pro která platí: Odebráním libovolných dvou hran z grafu K_n vznikne nejvýše $(n - 3)$ -souvislý graf.*

Příklad 3. *Uvažme následující algoritmus pro hledání nejkratších cest v konečném neorientovaném grafu G se záporně ohodnocenými hranami. Označme nejmenší hodnotu hrany h . Ke všem hranám přičtíme $|h|$. Nyní jsou všechny hrany ohodnoceny nezáporně. Vybereme vrchol (řekněme v) a proběhneme Dijkstrův algoritmus z něj na grafu G s takto nezáporně ohodnocenými hranami. Dokažte či vyvráťte, že tímto postupem dostaneme nejkratší cesty z vrcholu v v původním grafu (od délky nejkratší cesty do libovolného vrcholu nalezenou Dijkstrovým algoritmem bychom odečetli $k \cdot |h|$, kde k je délka cesty).*

Plán přednášky

1 Domácí úkoly z minulého týdne

2 Návodné úlohy

- Eulerovské grafy
- Hamiltonovské grafy
- Rovinné grafy
- Eulerova formule
- Eulerova formule
- Eulerova formule
- Eulerova formule

Eulerovské grafy

Hamiltonovské grafy

$$v + s - h = 2.$$

$$v + s - h = 2.$$

Kolik nejméně hran může mít jedenáctistěn?

$$v + s - h = 2.$$

Kolik nejméně hran může mít jedenáctistěn?
Příklad s torem.

$$v + s - h = 2.$$

Kolik nejméně hran může mít jedenáctistěn?

Příklad s torem.

$$v + s + h = \chi(g),$$

kde $\chi(g) = 2 - 2g$, g je genus povrchu.