

Jméno a příjmení:	
-------------------	--

Absence

Příklad číslo:	1	2	3	Σ
Počet bodů:				

Skupina A

Příklad 1. Určete, ve kterých bodech nastávají extrémy funkce $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, na rovině $x + y - z = 1$ a určete, o jaké extrémy se jedná.

Řešení. V bodě $[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}]$, minimum (lze rozhodnout pomocí Lagrangeovy funkce, převodem na vyšetření funkce dvou reálných proměnných, úvahou: např. ve směru $(1, -1, 0)$ se funkce v jakémkoliv bodě zvětšuje) □

Příklad 2. Určete objem tělesa v \mathbb{R}^3 , které je ohraničeno částí kužele $x^2 + y^2 = (z - 2)^2$, $z \geq 2$ a paraboloidem $x^2 + y^2 = 4 - z$.

Řešení.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r+2}^{4-r^2} r \, dz \, dr \, d\varphi = \frac{5}{6}\pi.$$

□

Příklad 3. Nalezněte řešení rovnice

$$y'' = 2y' + y + 1,$$

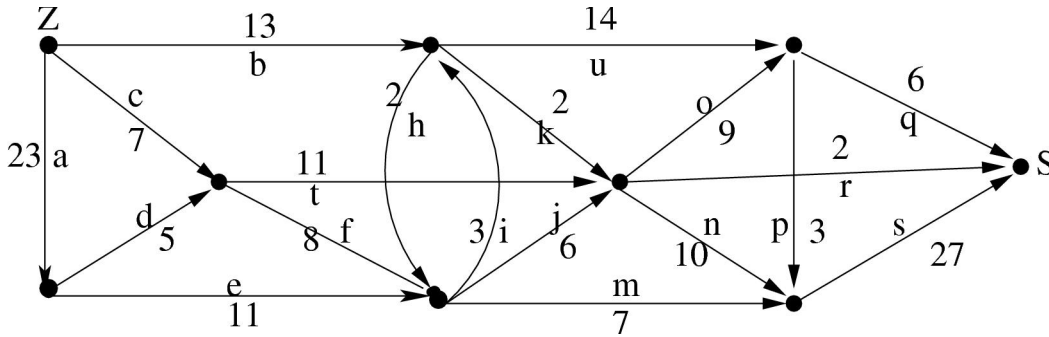
splňující $y(0) = 0$ a $y'(0) = 1$.

Řešení.

$$y = \frac{1}{2}e^{(1+\sqrt{2})x} + \frac{1}{2}e^{(1-\sqrt{2})x} - 1.$$

□

Příklad 4. Najděte maximální tok a jemu odpovídající minimální řez v následující síti:



Řešení. 28, $\{m, n, p, q, r\}$.

□