

### Dvanáctá sada domácích úloh k přednášce Matematika III

**Příklad 1.** Uvažujme hru nim se třemi hromádkami, jedna s pěti, jedna se šesti sirkami a jedna se sedmi sirkami. Můžeme odebírat jednu až tři sirky (z jedné hromádky). Určete Spragueovu-Grundyovu hodnotu počátečního stavu hry. Pro kterého hráče existuje výherní strategie?

**Příklad 2.** Uvažme následující hru dvou hráčů: na tabuli jsou napsána přirozená čísla od jedné do sedmi. Hráči se střídají v tazích, tah spočívá ve smazání nějakého čísla na tabuli a také všech jeho dělitelů. Vyjádřete tuto hru ve tvaru acyklického grafu a spočítejte Spragueovu-Grundyovu hodnotu všech jeho vrcholů. Pro kterého hráče existuje výherní strategie?

**Příklad 3.** (nepovinné, stačí spočítat předchozí dva příklady k uznání sady) Napište program, který pro libovolné přirozené  $n$  realizuje vítěznou strategii za hráče, který ji má, ve hře z předchozího příkladu, kde číslo osm nahradíme obecným  $n$  (tj. program, který umožní hrát danou hru, člověk proti počítači, počítač hraje za toho hráče, který má vítěznou strategii).