

Třetí sada domácích úloh k přednášce Matematika III
k odevzdání do 10.října 2011

Příklad 1. Buď dáno zobrazení $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x, y) = xy \sin\left(\frac{\pi}{2}xy^2\right)$. Ukažte, že rovnost $F(x, y) = 1$ zadává v nějakém okolí U bodu $[1, 1]$ implicitně funkci f na nějakém okolí čísla 1 tak, že $F(x, f(x)) = 1$. Určete $f'(1)$.

Příklad 2. Rozhodněte, zda existují maxima či minima funkce $f : (\mathbb{R}^+)^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{x_1 \cdots x_n}$ za podmínky $x_1 + \cdots + x_n = c$, $c \in \mathbb{R}^+$, $x_1 > 0, \dots, x_n > 0$.

Příklad 3. Určete, zda existují maxima a minima funkce $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = z - xy^2$ na elipsoidu

$$x^2 + y^2 + 2z^2 = 1.$$

Pokud extrémů existují, určete je.