

### Osmá sada domácích úloh k přednášce Matematika III

**Příklad 1.** Udejte příklad grafu, ve kterém se vyskytuje záporně ohodnocená hrana a přesto Dijkstrův algoritmus spočítá správně délky nejkratších cest z nějakého vrcholu (ale ne ze všech).

Udejte příklad grafu, ve kterém se vyskytuje záporně ohodnocená hrana a přesto Dijkstrův algoritmus spočítá správně délky nejkratších cest z ze všech vrcholů.

Udejte příklad grafu a jeho vrcholu takového, že výstup Dijkstrova algoritmu nebudou nejkratší cesty z daného algoritmu. (Uveďte graf, vrchol ze kterého má Dijkstrův algoritmus začínat, délky nejkratších cest z něho podle Dijkstrova algoritmu a skutečné délky nejkratších z něj.)

**Příklad 2.** Určete všechna  $n \in \mathbb{N}$  pro která platí: Odebráním libovolných dvou hran z grafu  $K_n$  vznikne nejvýše  $(n - 3)$ -souvislý graf.

**Příklad** Uvažme následující algoritmus pro hledání nejkratších cest v konečném neorientovaném grafu i se záporně ohodnocenými hranami. Označme nejmenší hodnotu hrany  $h$ . Ke všem hranám přičtíme  $|h|$ . Nyní jsou všechny hrany ohodnoceny nezáporně. Vybereme vrchol (řekněme  $v$ ) a proběhneme Dijkstrův algoritmus z něj na grafu s takto nezáporně ohodnocenými hranami. Dokažte či vyvráťte, že tímto postupem dostaneme nejkratší cesty z vrcholu  $v$  v původním grafu (od délky nejkratší cesty do libovolného vrcholu nalezenou Dijkstrovým algoritmem bychom odečetli  $k \cdot |h|$ , kde  $k$  je délka cesty).