

# IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

## Sada 10 — Zadání

### Téma

Induktivní definice. Výpočet programu v deklarativním jazyce, výpočetní krok. Dokazování vlastností programů.

### Příklad 1.

Uvažme deklaraci obsahující rovnici  $g(x, y) = \mathbf{if\ } y \mathbf{\ then\ } x * g(x, y - 1) \mathbf{\ else\ } 1$ .

**a)** Dokažte, že  $g(\mathbf{2}, \mathbf{3}) \mapsto^* \mathbf{8}$ .

**b)** Dokažte, že pro každé  $m, n \in \mathbb{N}_0$  platí  $g(\mathbf{m}, \mathbf{n}) \mapsto^* \mathbf{z}$ , kde  $\mathbf{m} \equiv m$ ,  $\mathbf{n} \equiv n$  a  $\mathbf{z} \equiv m^n$ .

### Příklad 2.

Uvažme deklaraci obsahující rovnici

$$g(x, y) = \mathbf{if\ } x \mathbf{\ then\ (if\ } y \mathbf{\ then\ } (\mathbf{2} + g(x, y - 1)) + g(x - 1, y) \mathbf{\ else\ } x) \mathbf{\ else\ } y$$

Dokažte, že pro každá  $m, n \in \mathbb{N}_0$  platí  $g(\mathbf{m}, \mathbf{n}) \mapsto^* \mathbf{z}$ , kde  $\mathbf{m} \equiv m$ ,  $\mathbf{n} \equiv n$  a  $\mathbf{z} \equiv z \geq m + n$ .

### Příklad 3.

Uvažme deklaraci obsahující rovnice

$$\begin{aligned} f(x) &= x + \mathbf{if\ } \mathbf{2} * x \mathbf{\ then\ } h(x - 1) + f(x - 1) \mathbf{\ else\ } \mathbf{3} \\ h(x) &= \mathbf{if\ } x \mathbf{\ then\ } h(x - 1) * f(x - 1) \mathbf{\ else\ } \mathbf{1} \end{aligned}$$

Zapište výpočet výrazu  $f(\mathbf{2})$  jako posloupnost kroků výpočtu.

### Příklad 4.

Uvažme deklaraci obsahující rovnice

$$\begin{aligned} f(x) &= \mathbf{if\ } x \mathbf{\ then\ } x + h(x - 1) \mathbf{\ else\ } \mathbf{0} \\ h(x) &= \mathbf{if\ } x \mathbf{\ then\ } x + f(x - 1) \mathbf{\ else\ } \mathbf{0} \end{aligned}$$

Dokažte, že pro každé  $n \in \mathbb{N}_0$  platí  $f(\mathbf{n}) \mapsto^* \mathbf{m}$ , kde  $\mathbf{n} \equiv n$  a  $\mathbf{m} \equiv \sum_{i=0}^n i$ .