

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Nechť L je jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ tvořený právě všemi slovy, která mají lichý počet znaků a zároveň se ve slovech nevyskytují 2 znaky a za sebou (tedy mezi každými dvěma výskyty znaku a je alespoň jeden znak b).

Zapište jazyk L pomocí jednoprvkových jazyků $\{a\}$ a $\{b\}$ s využitím konečného počtu operací sjednocení (\cup), průniku (\cap), rozdílu (\setminus), doplňku (co-), zřetězení (\cdot), mocniny ($^2, ^3, \dots$), iterace ($*$) a pozitivní iterace ($^+$).

Řešení: Pro zpřehlednění zápisu si nejprve definujeme následující jazyky. Jazyk L_1 bude obsahovat všechna slova s lichým počtem znaků, jazyk L_2 bude obsahovat všechna slova ve kterých se nevyskytují 2 znaky a za sebou (jakožto doplněk k jazyku, který obsahuje všechna slova, ve kterých se vyskytují alespoň 2 znaky a za sebou).

$$L_1 = (\{a\} \cup \{b\}) \cdot ((\{a\} \cup \{b\}) \cdot (\{a\} \cup \{b\}))^*$$

$$L_2 = \text{co-}((\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \{a\} \cdot \{a\} \cdot (\{a\} \cup \{b\})^*)$$

Řešení pak můžeme snadno zapsat jako průnik obou jazyků takto: $L = L_1 \cap L_2$, neboli

$$L = (\{a\} \cup \{b\}) \cdot ((\{a\} \cup \{b\}) \cdot (\{a\} \cup \{b\}))^* \cap \text{co-}((\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \{a\} \cdot \{a\} \cdot (\{a\} \cup \{b\})^*)$$