

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Uvažme jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{právě každý } k\text{-tý symbol ve } w \text{ je } a, \\ \text{kde } k \text{ je libovolné, pevné, kladné přirozené číslo}\}$$

Tedy například slova $aaa, babab, bbabbabba, bbbba, bbbbabbb$ do tohoto jazyka patří, zatímco slova $babba, bbbababba$ nikoliv.

Rozhodněte, zda jazyk L je či není regulární a dokažte:

- Pokud L je regulární, uveďte regulární gramatiku generující anebo konečný deterministický automat akceptující daný jazyk. Gramatiku/automat запиšte se všemi formálními náležitostmi.
- Pokud L není regulární, dokažte tuto skutečnost pomocí Lemmatu o vkládání (tzv. Pumping Lemma).

Řešení: L není regulární. Důkaz provedeme pomocí PL.

- Necht' n je libovolné přirozené číslo, dále pevné.
- Zvolíme slovo $w = b^n ab^n a$. Zřejmě $w \in L$ a $|w| \geq n$.
- Všechna možná rozdělení $w = xyz$, $|xy| \leq n$, $y \neq \varepsilon$ vypadají takto:

$$\begin{aligned} x &= b^k & k &\geq 0 \\ y &= b^l & l &> 0, k + l \leq n \\ z &= b^{n-k-l} ab^n a \end{aligned}$$

- Zvolíme $i = 3$, slovo xy^iz pak vypadá takto:

$$xy^3z = b^k b^{3l} b^{n-k-l} ab^n a = b^{n+2l} ab^n a$$

Zřejmě $b^{n+2l} ab^n a \notin L$, neboť $n + 2l \neq n$ (protože $l > 0$). Podle Lemmatu o vkládání tedy L není regulární.