

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Necht  $K$  je libovolný konečný jazyk nad abecedou  $\Sigma = \{a\}$ ,  $L$  je libovolný regulární jazyk nad abecedou  $\Sigma = \{a\}$  a  $N$  je libovolný neregulární jazyk nad abecedou  $\Sigma = \{a\}$ . Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující tvrzení platí:

(a)  $K$  je neregulární  $\Rightarrow$   $\text{co-}(K)$  je regulární.

(b)  $(\text{co-}(K \cap N) \setminus L) \cap N$  není regulární.

**Řešení:**

(a) **Tvrzení platí.**

*Důkaz:* Dle zadání je jazyk  $K$  konečný. Každý konečný jazyk je zároveň regulární. Předpoklad implikace (" $K$  je neregulární") je tedy nepravdivý, celá implikace je tím pádem platí.

(b) **Tvrzení neplatí.**

*Důkaz:* Pro důkaz najdeme protipříklad, tj. jazyky  $K$ ,  $L$ ,  $N$ , pro něž tvrzení neplatí. Uvažme následující jazyky:

$$K = \emptyset$$

$$L = \{a\}^*$$

$$N = \{a^i \mid i = 2^n, n \in \mathbb{N}\}.$$

Pak  $K \cap N = \emptyset$ , tedy  $\text{co-}(K \cap N) = \{a\}^*$ , a tudíž  $\text{co-}(K \cap N) \setminus L = \emptyset$  a konečně  $(\text{co-}(K \cap N) \setminus L) \cap N = \emptyset$ . Prázdný jazyk  $\emptyset$  je ovšem regulární, našli jsme tedy protipříklad a tvrzení v obecnosti neplatí.