FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I

Řešení cvičení 9.

1. a) Bud' L regulární jazyk akceptovaný deterministickým konečným automatem $A = (K, \Sigma, \delta, P, F)$. Navrhněme zásobníkový automat M pro jazyk Q (M akceptuje prázdním zásobníkem).
   $M = (\{q, \overline{q} \mid q \in K\}, \Sigma, \{Z_0, Z\}, \overline{\delta}, P, Z_0, \emptyset)$, kde

   $$\begin{array}{lll} \delta : & \overline{\delta}(q, x, Z_0) = \{(\delta(q, x), ZZ_0)\} & \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \overline{\delta}(q, x, Z) = \{(\delta(q, x), ZZ)\} & \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \overline{\delta}(q, \sharp, Z) = \{(\overline{P}, Z)\} & \text{pro všechna } q \in F \\ & \overline{\delta}(P, \sharp, Z_0) = \{(P, \varepsilon)\} & \text{za podmínky, že } P \in F \\ & \overline{\delta}(\overline{q}, x, Z) = \{(\overline{\delta(q, x)}, \varepsilon)\} & \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \overline{\delta}(\overline{q}, \varepsilon, Z_0) = \{(q, \varepsilon)\} & \text{pro všechna } q \in F \end{array}$$

   b) Není. Stačí vzít např. bezkontextový jazyk $L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$. Aby při napumpovávaní byl zachován vztah mezi délkou slov u a v musí být jeden vkládaný řetězec podřetězcem slova u a druhý podřetězcem slova v. Avšak slovo $a^n b^n$ není možné napumpovávat jenom na jednom místě — viz pumping lema pro regulární jazyky.

2. $L(M) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

3. Bez újmy na obecnosti lze předpokládat, že automat $\mathcal{A} = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, \emptyset)$ akceptující jazyk L akceptuje prázdnou pamětí a že počáteční zásobníkový symbol Z se v prvním kroku výpočtu vybere ze zásobníku a v dalším průběhu výpočtu se tam již nikdy neobjeví.
   Definujeme nový automat $\overline{\mathcal{A}}$ akceptující jazyk L^{1997} takto: automat $\overline{\mathcal{A}}$ vloží v prvním kroku svého výpočtu do zásobníka 1997 symbolů Z. Kdykoliv se v průběhu výpočtu objeví na vrcholu zásobníka symbol Z, znamená to, že automat $\mathcal{A}$ akceptoval. Proto automat $\overline{\mathcal{A}}$ začne znovu simulovat činnost automatu $\mathcal{A}$ od počátečního stavu.
   Bud'te J, r nové symboly, $J \notin \Gamma$ a $r \notin K$.
   $\overline{\mathcal{A}} = (K \cup \{r\}, \Sigma, \Gamma \cup \{J\}, \overline{\delta}, r, J, \emptyset)$
   $\overline{\delta}(r, \varepsilon, J) = \{(q_0, Z^{1997})\}$
   $\overline{\delta}(p, x, y) = \delta(p, x, y)$ pro všechna $p \in K, x \in \Sigma, y \in \Gamma$
   $\overline{\delta}(p, \varepsilon, Z) = \{(q_0, Z)\}$ pro všechna $p \in K$.