

Jméno a příjmení:	
-------------------	--

Příklad číslo:	1	2	3	4	$\Sigma$
Počet bodů:					

**Příklad 1.**

- a) Definujte pojem tranzitivní relace. Udejte příklad relace na tříprvkové množině, která není tranzitivní. (2b)
- b) Ze všech binárních relací na  $n$ -prvkové množině náhodně vybereme jednu. Jaká je pravděpodobnost, že bude reflexivní? (4b)

**Řešení.**

b)  $\frac{2^{n^2-n}}{2^{n^2}} = \frac{1}{2^n}$

□

**Příklad 2.** Nalezněte vlastní vektory a vlastní čísla matice

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

**Řešení.**  $a = -2$ , vlastní vektory příslušné vlastní hodnotě  $-2$  jsou pak generované vektory  $(1, 0, 1)$ ,  $(0, 1, 1)$ , vlastní hodnotě  $3$  odpovídá vektor  $(1, 1, 0)$ . □

**Příklad 3.** V  $\mathbb{R}^3$  je dán čtyřstěn  $ABCD$ , kde  $A = [4, 0, 2]$ ,  $B = [-2, -3, 1]$ ,  $C = [1, -1, -3]$ ,  $D = [2, 4, -2]$ .

- a) Určete jeho objem. (nápověď: jak se má objem čtyřstěnu k objemu rovnoběžnostěnu určenému třemi hranami čtyřstěnu vycházejícími z jednoho bodu?) (3b)
- b) Rozhodněte, zda leží bod  $X = [0, -3, 0]$  uvnitř tohoto čtyřstěnu. (3b)

**Řešení.**

a)  $\frac{124}{6}$

- b) Daný bod uvnitř daného čtyřstěnu neleží. Koeficienty odpovídající afinní kombinace jsou  $1/4, 1/2, 1/2, -1/4$ . Lze též odvodit pouze úvahami o poloze bodu  $X$  vzhledem k ose  $y$ .

□

**Příklad 4.** Určete jedinou posloupnost vyhovující vztahu  $x_{n+2} = 2x_n + 1$  a  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 1$ .

**Řešení.** Lze rozdělit  $x_{2k+1} = 5 \cdot 2^{k-1} - 1$ ,  $x_{2k} = 2^k - 1$ . □