1. Rozhodněte, zda podmnožina $W \subseteq \mathbb{R}^3$ je podprostorem vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$, je-li standartně definováno sčítání vektorů a násobení vektoru skalárem a:

a) $W = \{ (x, y, z) \mid x = \sqrt{2}\, y + \sqrt{3}\, z \}$
b) $W = \{ (x, y, z) \mid x = 0 \vee y = 0 \vee z = 0 \}$
c) $W = \{ (x, y, z) \mid y = z \}$
d) $W = \{ (2s + t, s, t) \mid t, s \in \mathbb{R}\ \textit{libovolné} \}$

2. Určete, zda jsou vektory lineárně závislé nebo nezávislé:

a) $V = \mathbb{R}^4$, $u_1 = (0,-1,2,3)^T$, $u_2 = (2,1,-1,-2)^T$, $u_3 = (1,0,1,1)^T$
b) $V = P_3$, $p_1 = 2x^2 + x - 4$, , $p_2 = x^2 - 3$, $p_3 = (x + 1)^2$
c) $V = P_3$, $p_1 = x^2 + x + 1$, , $p_2 = x \cdot (x^2 + x + 1)$, $p_3 = (x + 1)^2$

3. Rozhodněte pomocí determinantu o lineární závislosti/nezávislosti vektorů:

a) $V = \mathbb{R}^4$, $u_1 = (1,1,-1,2)^T$, $u_2 = (-4,1,1,-3)^T$, $u_3 = (2,-3,1,-1)^T$, $u_4 = (1,1,1,1)^T$
b) $V = \mathbb{Q}^3$, $u_1 = (1,2,-2)^T$, $u_2 = (-2,-3,1)^T$, $u_3 = (-1,2,2)^T$

4. Nalezněte všchna $r \in \mathbb{R}$, pro která w = (r,1,2) leží v podprostoru W= Span<u_1, u_2, u_3> vektorového prostoru $\mathbb{R}^3$, je-li:

a) $u_1 = (1,2,-1)^T$, $u_2 = (1,1,0)^T$, $u_3 = (2,-1,3)^T$
b) $u_1 = (1,2,-1)^T$, $u_2 = (2,-1,1)^T$, $u_3 = (-1,1,2)^T$

5. Určete bázi a dimenzi <M>:

a) M = $\{u_1 = (1,2,0,0)^T, u_2 = (0,0,0,0)^T, u_3 = (1,2,3,4)^T, u_4 = (3,6,0,0)^T\}$
b) M = $\{u_1 = (2,1,-3,1)^T, u_2 = (4,2,-6,2)^T, u_3 = (6,3,-9,3)^T, u_4 = (1,1,1,1)^T\}$
c) M = $\{u_1 = (1,1,1,1)^T, u_2 = (1,-1,1,1)^T, u_3 = (1,1,-1,1)^T, u_4 = (1,1,1,-1)^T\}$
d) M = $\{u_1 = (1,2,3,-4)^T, u_2 = (2,3,-4,1)^T, u_3 = (2,-5,8,-3)^T, u_4 = (5,26,-9,-12)^T,$
$u_5 = (3,-4,1,2)^T\}$
e) M = $\{2x-1,\ x^3 + x + 1,\ x^2 + x,\ 2x^2 + 1,\ x^3 + 3x^2 + 2x + 2\}$

6. Nalezněte matici přechodu od báze α k bázi β a určete souřadnice $[\underline{w}]_\beta$:

a) $\alpha = ((1,2)^T, (-2,3)^T)$, $\beta = ((3,1)^T, (2,1)^T)$, $[\underline{w}]_\alpha = (2,3)$
b) $\alpha = ((-3,0,-3)^T, (-3,2,-1)^T, (1,6,-1)^T)$, $\beta = ((-6,-6,0)^T, (-2,-6,4)^T, (-2,-3,7)^T)$, $[\underline{w}]_\alpha = (-5,8,-5)$
c) $\alpha = (1, x, x^2)$, $\beta = (1, x + 1, 1 - x^2)$, $[\underline{w}]_\alpha = (2x^2 - x + 2)$