Skupina A

Příklad 1. *(3b.) Určete kolmou projekci vektoru* $(1,2,3)$ *do podprostoru (roviny) generovaného vektory* $(1,1,0)$ *a* $(1,0,1)$.

Řešení. Normála k dané rovině je $(1,-1,-1)$. Průmět je pak $(1,2,3)-(-4/3)(1,-1,-1)=(7/3,2/3,5/3)$. □

Příklad 3. *(3b.) Určete souřadnice vektoru* $(1,2)\in\mathbb{R}^2$ *v bázi* $f=((1,1),(1,0))$.

Řešení. Matice přechodu od f ke standardní bázi je $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$. Souřadnice pak $(2,-1)$. □

Příklad 3. *(4b.) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice*

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Řešení. Vlastní čísla 1 (dvojnásobné), příslušná rovina vlastních vektorů $\langle(1,0,0),(0,-1,1)\rangle$, číslo 2 (jednonásobné), příslušný jednorozměrný prostor vlastních vektorů $\langle(-1,1,-2)\rangle$. □

Skupina B

Příklad 1. *(3b.) Určete kolmou projekci vektoru* $(-1, 1, 2)$ *do podprostoru (roviny) generovaného vektory* $(-1, 1, 0)$ *a* $(1, 0, -1)$.

Řešení. Normála k dané rovině je $(1, 1, 1)$. Průmět je pak $(-1, 1, 2) - (2/3)(1, 1, 1) = (-5/3, 1/3, 4/3)$. □

Příklad 2. *(3b.) Určete souřadnice vektoru* $(4, 1) \in \mathbb{R}^2$ *v bázi* $f = ((2, 1), (-1, 0))$.

Řešení. Matice přechodu od f ke standardní bázi je $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Souřadnice pak $(1, -2)$. □

Příklad 3. *(4b.) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice*

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Řešení. Vlastní čísla -1 (dvojnásobné), příslušná rovina vlastních vektorů $\langle (0, 0, 1), (1, 1, 0) \rangle$, číslo 2 (jednonásobné), příslušný jednorozměrný prostor vlastních vektorů $\langle (0, -1, 1) \rangle$. □

Skupina C

Příklad 1. *(3b.) Určete kolmou projekci vektoru* $(2, -3, -1)$ *do podprostoru (roviny) generovaného vektory* $(-1, 0, 1)$ *a* $(2, 1, -1)$.

Řešení. Normála k dané rovině je $(1, -1, 1)$. Průmět je pak $(2, -3, -1) - (4/3)(1, -1, 1) = (2/3, -5/3, -7/3)$. □

Příklad 2. *(3b.) Určete souřadnice vektoru* $(-2, 1) \in \mathbb{R}^2$ *v bázi* $f = ((0, -1), (-1, 1))$.

Řešení. Matice přechodu od f ke standardní bázi je $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Souřadnice pak $(1, 2)$. □

Příklad 3. *(4b.) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice*

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Řešení. Vlastní čísla 2 (dvojnásobné), příslušná rovina vlastních vektorů $\langle(1, 0, 0), (0, -1, 1)\rangle$, číslo -1 (jednonásobné), příslušný jednorozměrný prostor vlastních vektorů $\langle(-1, 1, 0)\rangle$. □

Skupina D

Příklad 1. *(3b.) Určete kolmou projekci vektoru* $(3,1,3)$ *do podprostoru (roviny) generovaného vektory* $(-1,-1,0)$ *a* $(1,0,-1)$.

Řešení. Normála k dané rovině je $(1,-1,1)$. Průmět je pak $(3,1,3)-(5/3)(1,-1,1)=(4/3,8/3,4/3)$. $\square$

Příklad 2. *(3b.) Určete souřadnice vektoru* $(1,-3)\in\mathbb{R}^2$ *v bázi* $f=((1,-1),(-1,2))$.

Řešení. Matice přechodu od f ke standardní bázi je $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$. Souřadnice pak $(-1,-2)$. $\square$

Příklad 3. *(4b.) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice*

$$\begin{pmatrix}-2 & -3 & 3\\ 0 & 1 & -3\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}.$$

Řešení. Vlastní čísla -2 (dvojnásobné), příslušná rovina vlastních vektorů $\langle(1,0,0),(0,1,1)\rangle$, číslo 1 (jednonásobné), příslušný jednorozměrný prostor vlastních vektorů $\langle(-1,1,0)\rangle$. $\square$