Příklad 1. *(8b.) Určete příčku mimoběžek $p : [0, 1, 1] + t(1, 2, 3)$, $q : [0, 5, 5] + s(2, 1, 0)$, tj. body P a Q, kde $P \in p$ a $Q \in q$, takové, že přímka PQ prochází bodem $[-7, 7, 12]$.*

Řešení. $P = [-1, -1, -2]$, $Q = [-4, 3, 5]$. □

Příklad 2. *(10b.) Určete jedinou posloupnost vyhovující rekurentnímu vztahu*

$$x_n = 7x_{n-1} - 10x_{n-2} + 8n - 22,$$

s počátečními členy $x_1 = 6$, $x_2 = 8$.

Řešení. $x_n = 2^{n+1} - 5^{n-1} + 2n + 1$. □

Příklad 3. *(6b.) Nad $\mathbb{C}$ určete vlastní čísla a vlastní vektory matice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení. Vlastní hodnota $(1 + 2i)$, příslušný vektor $(-i, 1)$. Vlastní hodnota $(1 - 2i)$, příslušný vektor $(i, 1)$. □

Příklad 4. *(8b.) V $\mathbb{R}^2$ určete vrcholy nějakého rovnostranného trojúhelníka ABC o straně délky 1, s bodem $C = [1, 1]$ a základnou AB rovnoběžnou s přímkou $3x + 4y = 10^5$.*

Řešení. Směry stran jsou $(3\sqrt{3}/2 - 2, 3/2 + 2\sqrt{3})$ a $(3\sqrt{3}/2 + 2, 2\sqrt{3} - \frac{3}{2})$. Jedna ze dvou možných dvojic potom je $A = [\frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{7}{5}, \frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{7}{10}]$. $B = [\frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{3}{5}, \frac{13}{10} + \frac{2\sqrt{3}}{5}]$,

□

Příklad 5. *(8b.) Kolika způsoby můžeme do řady posadit 50 lidí tak, aby Pavel s Petrem ob jedno místo a Martin sousedil alespoň s jedním z nich? (Ve skupině je právě jeden Pavel, Petr i Martin)*

Řešení. $(3 \cdot 46 + 2 \cdot 2) \cdot 2 \cdot 47!$ □