

*Democvičení*  
*M/B101 - jaro 2012*  
*5. listopadu 2012*

**Příklad 1.** Existuje graf s posloupností stupňů 1, 1, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 7?

**Příklad 2.** Kolik existuje různých grafů na  $n$  vrcholech. Rozlišujeme pojmenování vrcholů.

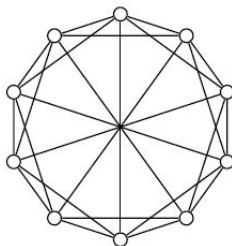
**Příklad 3.** Kolik existuje různých bipartitních grafů na  $m + n$  vrcholech, kde  $m$  vrcholů je v jedné vrstvě a  $n$  vrcholů je ve druhé vrstvě. Rozlišujeme pojmenování vrcholů.

**Příklad 4.** Pro jaká  $n \in \mathbb{N}$  existuje graf na  $n$  vrcholech, který má všechny stupně až na dva různé.

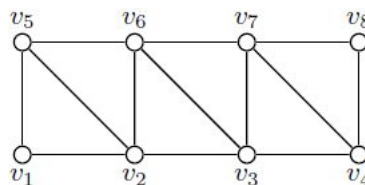
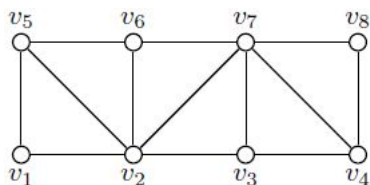
**Příklad 5.** Ve skupině šesti lidí existuje právě 11 dvojic známých. Vztah „znát se“ je vzájemný, tzn. jestliže osoba A zná osobu B, pak B zná A. Pokud se kdokoliv ze skupiny dozví nějakou zprávu, řekne ji všem svým známým. Dokažte, že se tímto způsobem zprávu dozví nakonec všichni.

**Příklad 6.** Devět kamarádů si na Vánoce dalo dárky. Každý dal dárky třem svým kamarádům. Ukažte, že není možné, aby každý dostal dárky právě od těch tří kamarádů, kterým dárky sám dal.

**Příklad 7.** Určete velikost největší nezávislé množiny v grafu



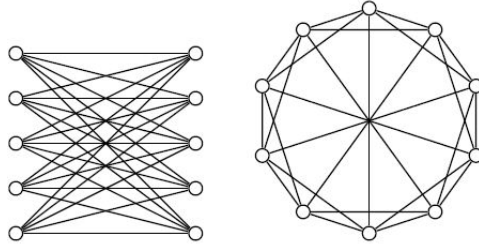
**Příklad 8.** Jsou dány grafy  $G$  a  $H$



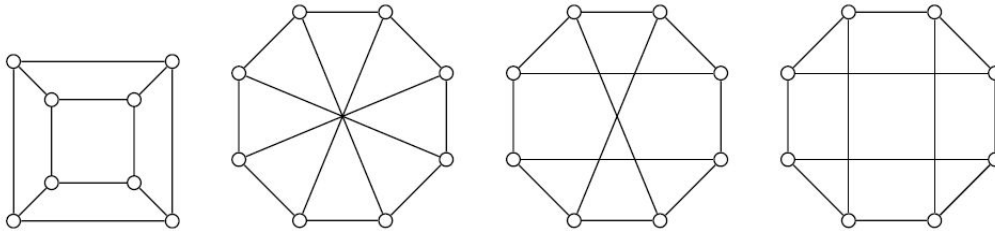
1. Jaká je nejdelší indukovaná cesta v grafu  $G$ .
2. Jaký je nejdelší indukovaný cyklus v grafu  $G$ .
3. Jaká je nejdelší indukovaná cesta v grafu  $H$ .
4. Jaký je nejdelší indukovaný cyklus v grafu  $H$ .

**Příklad 9.** Dva hráči střídavě dávají na stůl buď 1, 2, nebo 3 mince. Ten, kdo položí 2012. minci, vyhrál. Dokažte, že druhý hráč může vždy vyhrát.

**Příklad 10.** Jsou následující dva grafy izomorfní?



**Příklad 11.** Nalezněte všechny dvojice izomorfních grafů



**Příklad 12.** Jsou následující dva grafy izomorfní?



**Příklad 13.** Na jakém nejmenším počtu vrcholů najdete dva neisomorfní grafy se stejnou stupňovou posloupností?

**Příklad 14.** Strnulý graf má pouze triviální automorfismus. Najděte strnulý graf s nejméně vrcholy.

**Příklad 15.** Uveďte příklad grafu, který je izomorfní se svým doplňkem.

**Příklad 16.** Kolik neméně musíme přidat hran do grafu  $P_5$ , aby byl hranově 3-souvislý.

**Příklad 17.** Rozhodněte, zda jsou uvedené grafy vrcholově 2-souvislé.

