Matematika III ukázková

A

(UČO:)

Semestr	1.	2.	3.	4.	$\sum$

Na každý příklad získáte nezáporný počet bodů.
Potřebné minimum (včetně semestru) je 20 bodů.
Na práci máte 90 minut.

Příklady:

1. (5 bodů) Určete globální extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ na množině určené podmínkami $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2$. Určete, v kterém případě jde o maximum, resp. o minimum, a vše podrobně zdůvodněte.

2. (5 bodů) Určete souřadnice těžiště homogenní destičky, ohraničené grafy křivek $y = x^2$ a $x + y = 2$.

3. (5 bodů) Pomocí Ford-Fulkersonova algoritmu (prohledávání do hloubky, vrcholy volte vzestupně podle čísel) nalezněte maximální tok v síti na množině vrcholů $\{1, 2, \ldots, 9\}$ se zdrojem 1 a stokem 9. Nalezněte minimální řez v této síti. Jednotlivé kroky svého postupu podrobně popište. Hrany $e \in E$, **dolní** omezení, resp. **horní** omezení na tok danou hranou ($d(e)$, resp. $h(e)$) a současný tok na dané hraně $f(e)$ jsou uvedeny v tabulce:

e	$d(e)$	$h(e)$	$f(e)$
(1,2)	0	6	0
(1,3)	0	6	0
(1,6)	0	4	0
(2,3)	0	2	0
(2,4)	0	3	0
(3,4)	0	4	0
(3,5)	0	4	0
(4,5)	3	5	4
(4,8)	0	3	0

e	$d(e)$	$h(e)$	$f(e)$
(5,1)	0	3	0
(5,6)	0	6	0
(5,7)	0	5	4
(5,8)	0	5	0
(6,9)	0	5	0
(7,4)	1	6	4
(7,9)	0	3	0
(8,9)	0	9	0

4. (5 bodů) Určete kolika způsoby je možné naplnit tašku n kusy uvedených druhů ovoce, přičemž jednotlivé kusy téhož druhu nerozlišujeme, nemusí být využity všechny druhy a navíc:

- jablek musí být libovolný počet,
- banánů musí být sudý počet,
- hrušek musí být násobek 4,
- pomeranče mohou být nejvýše 3 a
- avokádo může být pouze jedno (nebo žádné),
- rajče je zelenina, která do tašky (pouze pro účely této úlohy) nepatří.

(*Nápověda: vytvořující funkce*)