

9 19-12:03

Literatura Zobrazení a funkce více proměnných Limita a spojitost funkce Parciální a směrové derivace

Definiční obor funkce

Příklad
Nalezněte a v rovině zobrazte definiční obor funkce

$$f(x, y) = \arccos(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{|x| + |y| - \sqrt{2}}$$

Řešení

Funkce arccos připouští argument pouze z intervalu $[-1, 1]$, odmocnina připouští pouze nezáporný argument. Definičním oborem je tedy množina bodů (x, y) vyznačená na obrázku.

$$\begin{aligned} -1 &\leq x^2 + y^2 - 1 \leq 1 \\ 0 &\leq x^2 + y^2 \leq 2 \\ |x| + |y| &\geq \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 2, |x| + |y| \geq \sqrt{2}\}$$

9 19-12:37

$$G_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; z = f(x, y)\}$$

$\varphi: z = c$

$$G_f \cap \varphi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; c = f(x, y)\} = z = f_c$$

9 19-12:47

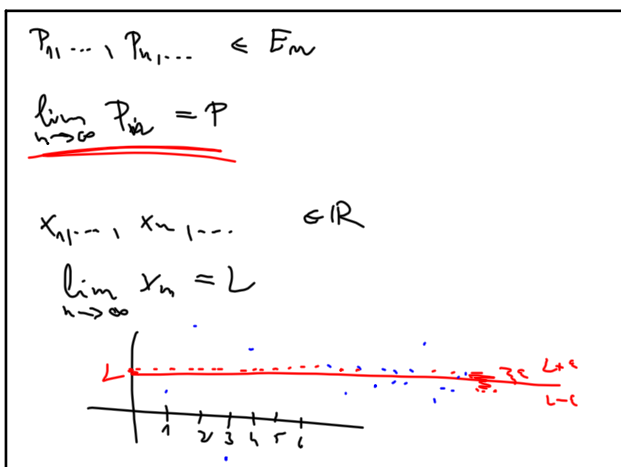
$x, y \quad x = (x_1, \dots, x_n)$
 $\quad \quad y = (y_1, \dots, y_n)$

$$x \cdot y = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n$$

$$\|x\|^2 = x \cdot x = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

$\overline{AB} = \|x\|$

9 19-12:51



9 19-12:56

konvergenční \Rightarrow Cauchyovská

$P_i \xrightarrow{i \rightarrow \infty} P$ ~~ale~~ \mathbb{R}^m

$\forall \epsilon > 0$

$$\|P_i - P\| < \epsilon$$

pro i velké

$$\|P_j - P_i\| \leq \|P_j - P\| + \|P_i - P\| < 2\epsilon$$

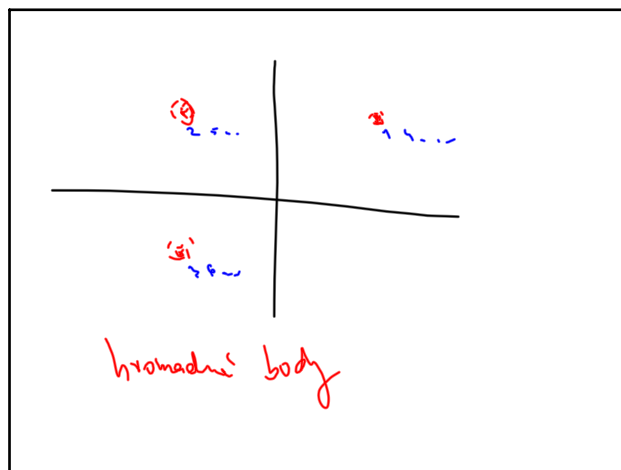
$\epsilon_1 = \frac{\epsilon}{2} \quad \exists N: \forall i > N: \|P_i - P\| < \epsilon_1$

$\Rightarrow \forall i, j > N: \|P_j - P_i\| < 2 \cdot \epsilon_1 = \epsilon$

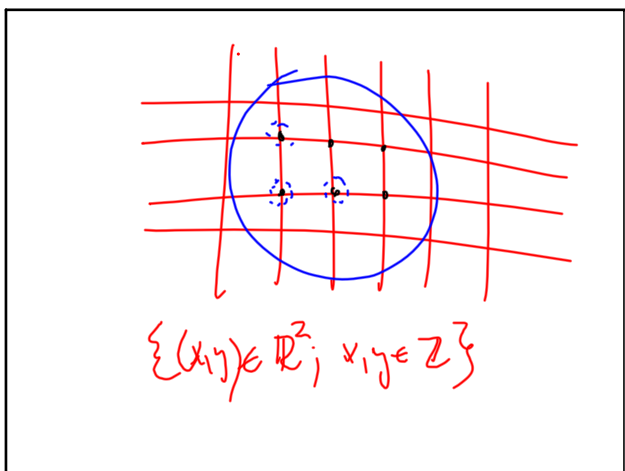
9 19-13:04

$\mathbb{P} := \mathbb{Q}$, vzdálenost stejné jako na \mathbb{R}
 $x_1=1, x_2=1,4; x_3=1,41; x_4=1,414; x_5=$
 $=1,4142; \dots$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
 $\{x_n\}$ je Cauchyovská

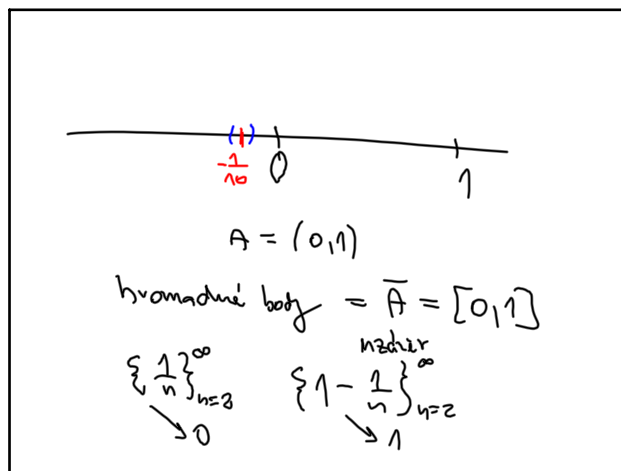
9 19-13:09



9 19-13:12



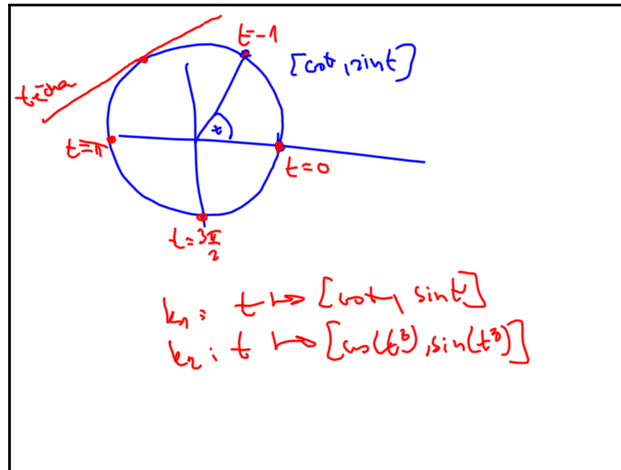
9 19-13:13



9 19-13:16

$[0,1]$ je uzavřená $\Rightarrow (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$ je otevřená
 $[0,1)$ není uzavřená
 není otevřená
 (doplňk: $\mathbb{R} \setminus [0,1) = (-\infty, 0) \cup [1, \infty)$
 není uzavřená hromadný bod 0

9 19-13:19



9 19-13:30

$$y = f(x)$$
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$
$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta \in \mathbb{R} : \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \setminus \{x_0\}$$
$$f(x) \in (L - \varepsilon, L + \varepsilon)$$
$$\forall \varepsilon. \exists \delta : \forall x \in \mathcal{O}_\delta^*(x_0) : f(x) \in \mathcal{O}_\varepsilon(L)$$

9 19-13:32