

konstantní meze

$S = [1, 2] \times [\frac{\pi}{2}, \pi]$

proměnná meze y

$S = [1, 2] \times [0, f(x)]$
 $y \in [0, f(x)]$

proměnná meze x:

$y \in [2, 3]$
 $x \in [u(y), v(y)]$

10 31-12:00

Příklad (závislé meze integrace)

Vypočítejte integrál

$$I = \int_S xy^2 dx dy,$$

kde S je plocha v 1. kvadrantu E_2 ohraničená grafy funkcí $y = x$ a $y = x^2$.

$x = x^2$
 $x = 0$ nebo $x = 1$
 $x \in [0, 1]$
 $y \in [x^2, x]$

nebo: $y \in [0, 1]$
 $x \in [y, \sqrt{y}]$

10 31-12:21

$\int_a^b f(x) \cdot dx \rightsquigarrow \int_a^b f(x) \cdot dx$

$dx \rightarrow 0$

trava: $x = u(t)$
 místo dx nyní
 $u'(t) dt$
 (místo $u'(t) = \frac{dx}{dt}$)

10 31-12:27

Jaký je poměr obsahů jednotového obdélníku v pol. souřadnicích a jeho obrazu v kartézských souřadnicích

$\begin{bmatrix} dx & dy \\ dy & dx \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} du & dv \\ dv & du \end{bmatrix}$

10 31-12:32

MB101 ... obsah rovnoběžníku (rovnooběžníku S_n)

$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix}$

V našem případě: $x = f(r, \varphi)$
 $y = g(r, \varphi)$
 $F = (f, g)$

$$D'F = \begin{vmatrix} f'_r & f'_\varphi \\ g'_r & g'_\varphi \end{vmatrix}$$

10 31-12:41

pro kruh (jednotový) v pol. souřadnicích:

$0 < r < 1$
 $0 \leq \varphi < 2\pi$

$x = r \cos \varphi$
 $y = r \cdot \sin \varphi$

10 31-12:46

$\Delta OPP_0 \Rightarrow |PP_0| = r \sin \theta$
 $\Delta OPP_1:$
 $\frac{x}{r \sin \theta} = \cos \varphi$
 $\frac{y}{r \sin \theta} = \sin \varphi$
 $z = |OP_z| = r \cdot \cos \theta$

$x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta,$

10 31-12:59

Vypočítejte integrál

$$I = \int_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

kde množina V je vymezena plochou $x^2 + y^2 + z^2 = z$.

$x^2 + y^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
 Je to sféra (povrch koule) se středem v bodě $[0, 0, \frac{1}{2}]$ a poloměrem $\frac{1}{2}$.

Podmínky: $x^2 + y^2 + z^2 \leq z$ r. bodů souř. 1/4
 $r^2 \leq r \cdot \cos \theta$ r. sfér. souř.

\Leftarrow je tedy obklopen množiný
 $\{ [r, \theta, \varphi], r^2 \leq r \cdot \cos \theta, 0 \leq \varphi < 2\pi \}$
 $0 \leq \theta < \pi$
 množiný $\theta \leq \frac{\pi}{2}$, ko
 $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ je $\cos \theta < 0$, 1/4
 $r^2 > r \cdot \cos \theta$ ko $r^2 \leq r \cdot \cos \theta$

$\int_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\cos \theta} r \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$
 $=$ na složitý

10 31-12:59