

Skupina A

Příklad 1. (5b.) V \mathbb{R}^3 určete obraz bodu $[1, 3, 3]$ v zrcadlení podle roviny $x - y + z = 0$.

Řešení. $(1/3, 11/3, 7/3)$. □

Příklad 2. (5b.) Určete osu mimoběžek PQ $p : [0, 1, 1] + t(1, 2, 3)$, $q : [0, 5, 5] + s(2, 1, 0)$, kde $P \in p$ a $Q \in q$.

Řešení. $P = [14/9, 37/9, 17/3]$, $Q = [8/9, 49/9, 5]$. □

Příklad 3. (5b.) Určete jedinou posloupnost vyhovující rekurentnímu vztahu

$$x_n = 6x_{n-1} - 8x_{n-2} + 3n - 16,$$

s počátečními členy $x_1 = -1$, $x_2 = 8$.

Řešení. $x_n = 4^n - 2^{n+1} + n - 2$. □

Příklad 4. (5b.) Sheldon a Leonard si hážou balónek přes síť. Pravděpodobnost, že Sheldon dokáže přehodit síť jsou $3/5$ (s pravděpodobností $2/5$ zůstane míč na jeho straně). Pravděpodobnost, že Leonard přehodí síť jsou $4/5$ (s pravděpodobností $1/5$ zůstane míč na jeho straně). Jaká je pravděpodobnost, že po velkém počtu pokusů obou pánů bude míč na Sheldonově straně? Formulujte úlohu jako Markovův proces a uveďte jeho matici.

Řešení. $\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$, resp. $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$, vlastní vektor příslušný vlastní hodnotě 1 je $(1, 4/3)$, resp. $(4/3, 1)$, hledaná pst $4/7$. □

Příklad 5. (5b.) Kolika způsoby můžeme do řady posadit 60 lidí tak, aby Pavel s Petrem seděli ob jedno místo? (Ve skupině je právě jeden Pavel i Petr)

Řešení. $(58 \cdot 2) \cdot 58!$ □