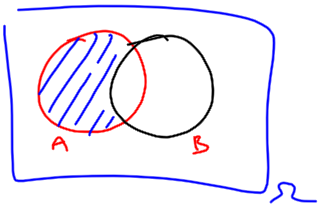


$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$ $\quad \emptyset = \Omega \setminus \Omega$

$= A \setminus (\Omega \setminus B)$

$\Omega \setminus A = A^c$

9 26-9:56

$\Omega = A \cup (\Omega \setminus A)$

$(\Omega \setminus A) \cap A = \emptyset$

$P(\Omega) = 1 = P(A) + P(A^c)$

$P(\bigcup_{i=1}^{k+1} A_i) =$

$P((\bigcup_{i=1}^{k} A_i) \cup A_{k+1})$

$= P(\bigcup_{i=1}^{k} A_i) \cup P(A_{k+1})$

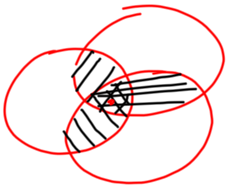
definice

předpoklad $= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_{k+1})$

9 26-10:22

$|\Omega| = 1 \quad (\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\mathcal{A} = \{\emptyset, \Omega\} \quad P(\Omega) = 1 \quad P(\emptyset) = 0$



$|A \cup B \cup C| =$

$|A| + |B| + |C|$

$- |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C|$

$+ |A \cap B \cap C|$

9 26-10:30

$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B \setminus A) + P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - \cancel{P(A \cap B)}$

$\cancel{+ P(A \cap B)}$

Indukce pro počet množin A_i, k

9 26-10:38

$P(\bigcup_{i=1}^{k+1} A_i) = P(\boxed{(\bigcup_{i=1}^{k} A_i)} \cup \boxed{A_{k+1}})$ $\quad P(\bigcup_{i=1}^{k} A_i)$

$= \sum_{j=1}^{k} (-1)^{j+1} \sum_{1 \le i_1 < \dots < i_j \le k} P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_j})$

indukční předpoklad

$+ (k=2)$

$+ \boxed{P(A_{k+1})} - P((A_1 \cup \dots \cup A_k) \cap A_{k+1})$

– v prvním členu chybí výrazy obsahující A_{k+1};

– chybí člen $P(A_1 \cap \dots \cap A_{k+1})$

do druhého členu i $- P((A_1 \cap A_{k+1}) \cup \dots \cup (A_k \cap A_{k+1}))$

"chybějící" znovu indukční předpoklad

9 26-10:42

$P(M) = \frac{|M|}{|\Omega|}$

$P(\bigcup_{i=1}^{k} A_i) = \frac{|\bigcup_{i=1}^{k} A_i|}{\cancel{|\Omega|}} = \frac{\cdot/\cdot}{\cancel{|\Omega|}}$

[n dopisů v obálkách $\quad$ P("aspoň jeden dostane svůj")

permutace čísel $(1, 2, \dots, n) \xrightarrow{\sigma} (\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n))$

$M_i = \{$permutace s $\sigma(i) = i\}$

$d = n! - |M_1 \cup \dots \cup M_n|$

123
213
231
132
321
312

9 26-11:05

$$|A_{i_1}\cap\dots\cap A_{i_k}| = (n-k)!$$

$$|A_1\cup\dots\cup A_k| = \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\binom{n}{k}(n-k)!$$

$$= \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\frac{n!}{k!\,\cancel{(n-k)!}}\cdot\cancel{(n-k)!}$$

$$d = n! - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\frac{n!}{k!} = n!\sum_{k=0}^{n}(-1)^{k}\frac{1}{k!}$$

$$P(\text{"nikdo nedostal svůj"}) = \boxed{\sum_{k=0}^{n}(-1)^{k}\frac{1}{k!}}$$

9 26-11:12

$$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A)\cdot\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A)$$

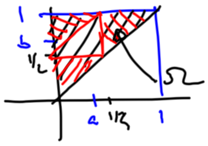
$$\cancel{P(A_1)}\,\frac{\cancel{P(A_2\cap A_1)}}{\cancel{P(A_1)}}\cdot\frac{P(A_3\cap(A_2\cap A_1))}{\cancel{P(A_2\cap A_1)}}\cdots$$

$$= P(A_k\cap(A_{k-1}\cap\dots\cap A_1))$$

9 26-11:22

volíme náhodně $0 \le a \le b \le 1$

délka
jde z částí
delší 1/2 ?



1) $a \ge 1/2$

2) $|b-a| \ge 1/2$ $\quad b \ge a + 1/2$

3) $b \le 1/2$

$\Rightarrow P = 3/4$

$4/4 = 1$

$\pi/4$

9 26-11:33