$m \notin m$ $\quad m = \{0, 1, \dots, m-1\}$

$m < n$ ... $<$ není uspořádání

$m \leq n$: buď $m < n$ nebo $m = n$ ✓

$m \in n \in p$ ✓

$a + ? = b \qquad a + (b - a) = b$

10 10-9:58

Ekvivalence ?

1) $(a, c) \sim (a, c) \qquad a + c = c + a$ ✓

2) symetrie ✓ $\quad$ Zkontrolujte v $\mathbb{N}$

3) tranzitivita $\quad (a, b) \sim (a', b') \quad (a', b') \sim (a'', b'')$

$a + b' = b + a' \qquad a' + b'' = b' + a''$

$a + \cancel{b'} + b'' = b + a' + b'' = b + \cancel{b'} + a''$ ✓

10 10-10:23

operace $\oplus$ $\quad (a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$

$(a - b) + (c - d) = a + c - (b + d)$

$(a', b') + (c', d') = (a' + c', b' + d')$

$a' + b = b' + a \qquad \cancel{a} + \cancel{c} + \cancel{b'} + \cancel{d'} =$

$c' + d = d' + c \qquad \cancel{a'} + \cancel{c'} + \cancel{b} + \cancel{d}$

význačné reprezentanty: buď je $(a, b) \sim (a', 0)$ nebo je $(a, b) \sim (0, b')$

$\Rightarrow$ uspořádání na $\mathbb{Z}$ $\qquad -1 := (0, 1)$

operace $\odot$ definujte $(-1) \cdot (a', 0) = (0, a')$

10 10-10:29

$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c + b \cdot d - b \cdot c - a \cdot d$

$a, b, \dots \in \mathbb{Z}$

$\boxed{a \cdot ? = 1}$ $\quad$ má řešení jen pro $a = \pm 1$

můžeme krátit : $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \lor b = 0$

$$\left.\begin{array}{l} p \cdot q' = p' \cdot q \\ p' \cdot q'' = p'' \cdot q' \end{array}\right\} \quad p \cdot q'' \cdot \cancel{q'} = p' \cdot q \cdot q'' = p'' \cdot \cancel{q'} \cdot q$$

vzít tak: p, q nesoudělné, $q > 0$

10 10-10:38

operace: $\leq$: sg. podle p ✓

$\frac{p}{q}$, p, q nesoudělná, $q > 0$

$\oplus \quad p/q \pm p'/q' = \frac{p \cdot q' \pm q \cdot p'}{q q'}$ ✓

$\odot \quad \frac{p}{q} \cdot \frac{p'}{q'} = \frac{p p'}{q \cdot q'}$ ✓

$\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} = 1$

$p \cdot ? = q$

$? = \frac{q}{p}$

10 10-10:49

Jak přejít z $\mathbb{Q}$ na $\mathbb{R}$?

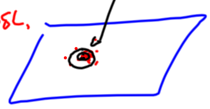
posloupnost: $q_0, q_1, \dots, q_n, \dots \quad n \in \mathbb{N}$

$(q_i)_{i=0}^{\infty} \sim (q'_i)_{i=0}^{\infty} \qquad \forall \varepsilon > 0, \ |q_i - q'_i| < \varepsilon$ + vždy od jistého indexu

$\varepsilon > 0, \ \varepsilon \in \mathbb{Q}$

pouze na Cauchy. posl.

$|x - x_0| < \varepsilon$

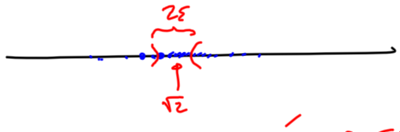


10 10-11:07

$q \in \mathbb{Q}$, $(q, q, q, \dots)$ $q_i = q$

Které posloupnosti (q_i) se nám "hromadí" k něčemu?

$(q_i)_{i=0}^{\infty}$ $\forall \varepsilon \in \cancel{\mathbb{Q}}\ \mathbb{R}, \varepsilon > 0, \forall i,j$, až na konečně mnoho $|q_i - q_j| \le \varepsilon$



$\cancel{\mathbb{Q}}$ $\mathbb{R}$

CAUCHYOVSKÉ POSL.

10 10-11:15

$x = [(q_i)_{i=0}^{\infty}]$ $y = [(r_i)_{i=0}^{\infty}]$

$x + y = [(q_i + r_i)_{i=0}^{\infty}]$

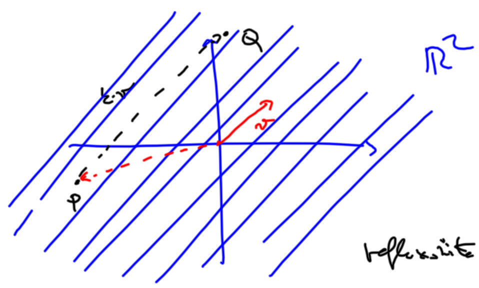
$x \cdot y = [(q_i \cdot r_i)_{i=0}^{\infty}]$

$\sqrt{2}$? $B = \{q \in \mathbb{Q};\ q^2 \le 2\}$

$\Rightarrow \exists$ nejmenší $x \in \mathbb{R}$, $x \ge q$ $\forall q \in B$

$x = \sqrt{2}$

10 10-11:22



reflexivita ✓

$P = Q + \xi \cdot v$

symetrie ✓

$Q = P + (-\xi) \cdot v$

$R = Q + \ell \cdot v \Rightarrow P = Q + \xi \cdot v = R + (-\ell) \cdot v + \xi \cdot v$

tranzitivita ✓

10 10-11:37

$[P] + [Q] = [P + Q]$

$[P + \xi \cdot v] + [Q + \ell \cdot v] = [P + Q + (\xi + \ell) \cdot v]$

$[\alpha P] =: \alpha \cdot [P]$

$[\alpha(P + \xi \cdot v)] = [\alpha P + (\alpha \xi) \cdot v]$

Linearita

$f(n+1) = F(n, f(n))$ $f(0) = y_0$

$f(n+1) = a_n f(n) + b_n f(n-1)$ $f(0) = y_0$, $f(1) = y_1$

$(y_0, y_1, y_2, \dots) = (y_i)_{i=0}^{\infty}$

10 10-11:42