# IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

# Sada 4 — Zadání

### Téma

Vlastnosti funkcí. Mohutnost množin. Důkazové techniky.

### Příklad 1.

Pro následující množiny $A$ a $B$ rozhodněte, které tvrzení z $|A| = |B|$, $|A| < |B|$, $|A| > |B|$ platí, a své tvrzení dokažte.

**a)** $A$ je množina všech sudých přirozených čísel, $B$ je množina všech lichých celých čísel.

**b)** Nechť $m, n \in \mathbb{N}_0$. $A$ je množina všech přirozených čísel větších než $m$, $B$ je množina všech přirozených čísel větších než $n$.

**c)** Nechť $m, n \in \mathbb{N}_0$, $m < n$. $A$ je množina všech přirozených čísel menších než $n$, $B$ je množina všech celých čísel větších než $m$.

**d)** $A = \mathbb{N}_0$, $B$ je množina všech lichých přirozených prvočísel. Nápověda: využijte tvrzení, že ke každému prvočíslu $p$ existuje prvočíslo $q$, $p < q$. Zkuste toto tvrzení i dokázat.

**e)** $A = \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$, $B = \{n^3 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

**f)** $A = \{n^3 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

**g)** $A = \{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$, $B = \{(m + 3)^2 \mid m \in \mathbb{N}_0\}$

**h)** $A = \mathbb{N}_0$, $B = (0, 1) \subseteq \mathbb{R}$. Množina $B$ je tedy otevřený interval reálných čísel.

### Příklad 2.

**a)** Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}_0$, $n > 1$, existuje $m \in \mathbb{N}_0$ takové, že $2^m - 1 > n$.

**b)** Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}_0$, $n > 1$, existuje $m \in \mathbb{N}_0$ takové, že $2^m - 1 < n$.

**c)** Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}_0$, $n > 1$, existuje $m \in \mathbb{N}_0$ takové, že $2^m - 1 = n$.