

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

**2. [2 body]** Necht'  $L$  je jazyk nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  tvořený právě všemi slovy, která mají počet znaků  $a$  nedělitelný 3 a zároveň se nevyskytují 2 znaky  $b$  za sebou (tedy mezi každými dvěma výskyty znaku  $b$  je alespoň jeden znak  $a$ ).

Zapište jazyk  $L$  pomocí jednoprvkových jazyků  $\{a\}$  a  $\{b\}$  s využitím konečného počtu operací sjednocení ( $\cup$ ), průniku ( $\cap$ ), rozdílu ( $\setminus$ ), doplňku ( $\text{co-}$ ), zřetězení ( $\cdot$ ), mocniny ( $^2, ^3, \dots$ ), iterace ( $^*$ ) a pozitivní iterace ( $^+$ ).

Pro přehlednost si nejprve vytvoříme následující 2 pomocné jazyky nad abecedou  $\Sigma$ :

- $L_1$  – jazyk tvořený právě všemi slovy, která mají počet znaků  $a$  dělitelný 3

$$L_1 = \{b\}^* \cdot \left( \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \right)^*$$

- $L_2$  – jazyk tvořený právě všemi slovy, kde se nevyskytují 2 znaky  $b$  za sebou. Tento jazyk lze zapsat jako doplněk jazyka právě všech slov obsahujících 2 znaky  $b$  za sebou<sup>1</sup>:

$$L_2 = \text{co-} \left( (\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \{b\} \cdot \{b\} \cdot (\{a\} \cup \{b\})^* \right)$$

Řešením celého příkladu je potom rozdíl  $L_2$  a  $L_1$ , tedy  $L = L_2 \setminus L_1$ , neboli:

$$L = \text{co-} \left( (\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \{b\} \cdot \{b\} \cdot (\{a\} \cup \{b\})^* \right) \setminus \{b\}^* \cdot \left( \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^* \right)^*$$

Existují i ekvivalentní řešení, například  $L = \text{co-} L_1 \cap L_2$ .

<sup>1</sup>Jazyk  $L_2$  lze zapsat také bez použití operace doplňku, nicméně zápis je složitější, například:

$$L_2 = (\{a\}^+ \cdot \{b\})^* \cdot \{a\}^* \cup (\{b\} \cdot \{a\}^+)^* \cdot \{b\} \cup (\{b\} \cdot \{a\}^+)^*$$

*vysvětlení:* jazyk rozdělíme na 3 podjazyky:

- jazyk všech slov začínajících  $a$  (nebo prázdných), kde se nevyskytují 2 znaky  $b$  za sebou (pozitivní iterace  $\{a\}^+$  zajistí, že se bude mezi dvěma znaky  $b$  vyskytovat alespoň jeden znak  $a$ )
- jazyk všech slov začínajících  $b$ , kde se nevyskytují 2 znaky  $b$  za sebou a která končí na  $b$
- jazyk všech slov začínajících  $b$  (nebo prázdných), kde se nevyskytují 2 znaky  $b$  za sebou a která nekončí na  $b$