

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Uvažme abecedu  $\Sigma = \{a, b\}$  a jazyk

$$L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}.$$

Navrhněte bezkontextovou gramatiku  $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$  takovou, že  $L(\mathcal{G}) = \text{co-}L$ .

Před sestavením gramatiky je třeba si uvědomit, jaká slova tvoří jazyk  $\text{co-}L$  – všechna slova jsou buď tvaru  $a^i b^j$ , kde  $i, j \in \mathbb{N}_0, i \neq j$ , nebo nutně obsahují řetězec  $ba$ . Tedy  $\text{co-}L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0, i \neq j\} \cup \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ obsahuje poslovo } ba\}$ . Nyní už je snadné sestavit odpovídající gramatiku. Gramatika může vypadat například následovně:

$$\mathcal{G} = (\{S, S_1, S_2, A, B, X\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow S_1 \mid S_2 \\ & S_1 \rightarrow aS_1b \mid A \mid B \\ & S_2 \rightarrow XbaX \\ & A \rightarrow aA \mid a \\ & B \rightarrow bB \mid b \\ & X \rightarrow aX \mid bX \mid \varepsilon \} \end{aligned}$$

Neterminálem  $S_1$  generujeme jazyk  $\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0, i \neq j\}$ . Nejprve přes  $S_1$  vygenerujeme větnou formu tvaru  $a^n S_1 b^n$  a poté se rozhodneme, zda použijeme neterminál  $A$  (tj. generujeme slova, kde  $i > j$ ) nebo neterminál  $B$  ( $j > i$ ).

Pomocí neterminálu  $S_2$  generujeme jazyk  $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ obsahuje poslovo } ba\}$  ( $S_2$  se přepíše na  $XbaX$ , čímž zaručíme, že se ve slově vyskytuje řetězec  $ba$ , ten pak z obou stran můžeme doplnit pomocí neterminálu  $X$  řetězci z  $\{a, b\}^*$ ).