

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

**1. [2 body]** Uvažme následující jazyk nad abecedou  $\Sigma = \{a, b, c\}$ :

$$L = \{wc^n \mid w \in \{a, b\}^* \wedge \#_a(w) + (\#_b(w) \bmod 3) = n, n \geq 0\}$$

Sestrojte zásobníkový automat akceptující jazyk  $L$ . Jasně uveďte, jakým způsobem váš automat akceptuje (koncovým stavem, prázdným zásobníkem).

Budeme sestavovat zásobníkový automat akceptující koncovým stavem.

Idea za volbou stavů a zásobníkové abecedy: pro rozpoznání tohoto jazyka si potřebujeme zapamatovat dva údaje – počet znaků  $a$  v podsvoru  $w$  a počet znaků  $b$  mod 3 v podsvoru  $w$ . Jelikož první z těchto hodnot může být libovolná (není shora omezená), musíme si ji pamatovat v zásobníku. Naopak, počet  $b$  mod 3 je jen konečná informace a proto si ji stačí pamatovat ve stavové jednotce.

Kromě toho si ještě musíme ve stavové jednotce držet informaci, zda jsme v podsvoru  $w$  nebo již čteme cčka.

Množina stavů bude:

$$Q = \{q_\varepsilon, q_0, q_1, q_2, p_0, p_1, r\}$$

Jejich význam je následující: Stavy  $q_0, q_1, q_2$  používáme, dokud se nacházíme v podsvoru  $w$ , počítáme pomocí nich  $\#_b(w) \bmod 3$ .

Stav  $q_\varepsilon$  slouží jen jako iniciální a k umožnění akceptace prázdného slova, tedy bude akceptující.

Stavy  $p_0$  a  $p_1$  indikují počet  $b$  mod 3, který dosud nebyl vyrovnan cčky, používají se v podsvoru  $c^n$ . Stav  $r$  slouží pouze k akceptování.

Při kontrole počtu cček budeme nejprve vyrovnávat počet  $b$  mod 3 (tedy budeme konzumovat  $\#_b(w) \bmod 3$  cček ze vstupu) teprve potom budeme vyrovnávat počet aček (tedy konzumovat  $\#_a(w)$  cček ze vstupu).

Na zásobníku potřebujeme udržovat jen počet aček, stačí nám tedy dva zásobníkové symboly, z čehož jeden je počáteční.

$$\Gamma = \{\perp, A\}$$

Nyní můžeme přistoupit k sestrojení samotného zásobníkového automatu  $A$ :

$$A = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_\varepsilon, \perp, \{q_\varepsilon, r\})$$

Přechodovou funkci popíšeme ve dvou částech, první se týká zpracovávání podsvora  $w$ :

$$\begin{aligned}\delta(q_\varepsilon, a, \perp) &= \{(q_0, A\perp)\} \\ \delta(q_\varepsilon, b, \perp) &= \{(q_1, \perp)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, AX)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_0, b, X) &= \{(q_1, X)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, AX)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_1, b, X) &= \{(q_2, X)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_2, a, X) &= \{(q_2, AX)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_2, b, X) &= \{(q_0, X)\}\end{aligned}$$

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

Stav  $q_\varepsilon$  opustíme jakmile přečteme první písmeno vstupu (které musí být  $a$ , nebo  $b$  – jinak by slovo nepatřilo do jazyka).

Pokud je na vstupu  $a$ , chovají se všechny  $q_i$ -stavy stejně – nezávisle na vrcholu zásobníku nad něj přidají symbol  $A$ . Naopak, pokud je na vstupu  $b$ , zůstává zásobník nezměněn a stavová jednotka přechází do dalšího  $q_i$ -stavu.

Následující stavy zajišťují kontrolu počtu cček, tedy pracují v podsvoru  $c^n$ :

$$\begin{aligned}\delta(q_0, \varepsilon, \perp) &= \{(r, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, c, A) &= \{(p_0, \varepsilon)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_1, c, X) &= \{(p_0, X)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(q_2, c, X) &= \{(p_1, X)\} \\ \forall X \in \Gamma. \quad \delta(p_1, c, X) &= \{(p_0, X)\} \\ \delta(p_0, c, A) &= \{(p_0, \varepsilon)\} \\ \delta(p_0, \varepsilon, \perp) &= \{(r, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

Tato kontrola probíhá tak, že se nejprve zkonzumuje ze vstupu cčka na vyrovnání počtu  $b$  mod 3 a potom (ve stavu  $p_0$ ) se kontroluje, jestli zbývající počet cček souhlasí s počtem  $A$  na zásobníku.

Musíme však dávat pozor na to, že pokud ve slově  $w$  nebyla žádná  $a$ čka, a zároveň byl počet  $b$  násobkem 3, pak očekáváme 0 cček a tedy musíme umožnit  $\varepsilon$ -přechod do akceptujícího stavu.

Pokud jsme došli na vyrovnaný stav (tedy dosud zkonzumované slovo náleží do  $L$ , na vrcholu zásobníku je dno  $\perp$ ), přejdeme do akceptujícího stavu. Ten již žádné přechody nemá, aby nemohl akceptovat v případě, že by ještě následovala další písmena na vstupu.