

Vypracoval(a):

UČO:

Skupina:

1. [2 body] Uvažme následující jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a\}$:

$$L = \{a^{(3^n)} \mid n \geq 0\}$$

Sestrojte deterministický úplný jednopáskový Turingův stroj rozhodující jazyk L . Intuitivní princip práce stroje popište slovně a poté stroj zdefinujte i formálně.

Řešením je například Turingův stroj \mathcal{T} zdefinovaný níže (přechodová funkce δ je pro přehlednost zadána tabulkou).

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= (Q, \Sigma, \Gamma, \triangleright, \sqcup, \delta, q_0, q_{acc}, q_{rej}) \\ \Sigma &= \{a\} \\ \Gamma &= \{\triangleright, \sqcup, a, \#\} \\ Q &= \{q_0, q_1, q_{acc}, q_{rej}, q_a, q_{aa}, q_{aaa}, q_r\} \end{aligned}$$

δ	\triangleright	\sqcup	a	$\#$
q_0	(q_0, \triangleright, R)	(q_{rej}, \sqcup, R)	$(q_1, \#, R)$	$(q_0, \#, R)$
q_1	(q_0, \triangleright, R)	(q_{acc}, \sqcup, R)	$(q_{aa}, \#, R)$	$(q_1, \#, R)$
q_a	(q_0, \triangleright, R)	(q_{rej}, \sqcup, R)	$(q_{aa}, \#, R)$	$(q_a, \#, R)$
q_{aa}	(q_0, \triangleright, R)	(q_{rej}, \sqcup, R)	(q_{aaa}, a, R)	$(q_{aa}, \#, R)$
q_{aaa}	(q_0, \triangleright, R)	(q_r, \sqcup, L)	$(q_a, \#, R)$	$(q_{aaa}, \#, R)$
q_r	(q_0, \triangleright, R)	(q_r, \sqcup, L)	(q_r, a, L)	$(q_r, \#, L)$

Hlavní myšlenka: Číslo je mocninou tří, právě když je to 1, nebo je dělitelné třemi a po vydělení dostaneme nějakou jinou mocninu tří. Stroj \mathcal{T} bude tuto vlastnost ověřovat tak, že bude počet znaků a na pásce postupně dělit třemi.

Neformální popis stroje: Stroj projde celou pásku až po první výskyt znaku \sqcup . Jestli nenajde žádný znak a , slovo zamítne. Jestli najde právě jeden, slovo akceptuje. Jestli najde víc, dvě třetiny z nich nahradí znakem $\#$ (tímhle způsobem třikrát zmenšíme počet znaků a). Pokud „dělení“ nevyjde beze zbytku, stroj slovo zamítne, jinak proces opakuje od začátku. Při průchodu páskou počítáme jenom znaky a (znaky $\#$ se ignorují, hlava se pouze posune).

Jednotlivé stavy vyjádřují následující:

- q_0 indikuje, že v průchodu doposud nebyl žádný znak a ;
- q_1 indikuje, že v průchodu bylo doposud jen jedno a (což znamená, že lze akceptovat);
- q_a, q_{aa}, q_{aaa} indikují, že dosavadní počet a modulo 3 je rovný 1, 2, resp. 0 (a celkový počet a je větší než jedna);
- q_r slouží ke zpětnému chodu (obsah pásky se nemodifikuje).